

Міністерство освіти і науки України

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ
УНІВЕРСИТЕТ

**МАТЕМАТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ
ОСВІТИ І МОЛОДИХ УЧЕНИХ ЯК ПІДГРУНТЯ
ТЕХНІЧНОГО ТА ЕКОНОМІЧНОГО ВІДНОВЛЕННЯ
УКРАЇНИ**

***Матеріали Всеукраїнської науково-практичної
конференції здобувачів вищої освіти і молодих вчених
05 квітня 2024 року***

Харків
ХНАДУ
2024

Редакційна колегія:

КИРИЧЕНКО Ігор Костянтинович - доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри вищої математики ХНАДУ (Україна).

ЯРХО Тетяна Олександрівна – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри вищої математики ХНАДУ (Україна).

Всеукраїнська науково-практична конференція здобувачів вищої освіти і молодих вчених проведена згідно з планом проведення міжнародних, всеукраїнських та науково-методичних конференцій та семінарів ХНАДУ у 2024 р. (Лист ІМЗО №21/08-7 від «04» січня 2024 р.)

Відповідальний редактор:

ЄМЕЛЬЯНОВА Тетяна Вікторівна – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики ХНАДУ (Україна).

Математичні дослідження здобувачів вищої освіти і молодих учених як підгрунтя технічного та економічного відновлення України: матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти та молодих вчених. – Харків: ХНАДУ. – 2024. – 224 с.

В збірку включені матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти і молодих вчених, в яких розглянуто математичні методи у дослідженнях видатних вчених у технічних, транспортних та економічних галузях, новітні математичні та методичні підходи у вивченні природничо-математичних дисциплін, фундаментальні основи розв’язання професійно-прикладних задач.

Збірник матеріалів розраховано на студентів, магістрів, аспірантів і фахівців, діяльність яких пов’язана з науково-дослідною роботою в різних галузях сучасної науки і освіти. Він може бути корисним методистам, викладачам середніх і вищих навчальних закладів, аспірантам та стажерам.

© Харківський національний
автомобільно-дорожній
університет, 2024

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ У ДОСЛІДЖЕННЯХ ВИДАТНИХ ВЧЕНИХ У ТЕХНІЧНИХ, ТРАНСПОРТНИХ ТА ЕКОНОМІЧНИХ ГАЛУЗЯХ

Бездітко О. Р., Шемет Е. Г. Огляд мікроскопічних математичних моделей транспортних потоків	6
Босенко Ю. Є. Механічна інтерпретація алгоритма Гаусса	10
Бужинський Є. О., Гаєвський Д. Ю. Особливості математичного моделювання транспортних потоків	15
Ващилко М.О. Від парадоксів Зенона до перерізів Дедекінда	19
Горохова А. А., Шагін Р.С. З історії виникнення відомих математичних констант	23
Грицай К. М. Лагранж – найвеличніша піраміда наук	30
Доля Є. О. Рекурентні послідовності	33
Кольчак А. О. Гратчасті шляхи та їхнє використання	37
Мирошніченко М. О. Ланцюжок Галілея	40
Новгородцев К. В., Юрченко Д. О. Аналіз макроскопічних математичних моделей транспортних потоків	44
Осінний В. С. Рудик І. І. Аналіз транспортних потоків засобами математичного моделювання	48
Попова Д. О. Наукова спадщина «короля математики» - Карла Фрідріха Гаусса	52
Степура І. В. Творці математичних методів комп'ютерної графіки : український початок – світовий розвиток	56
Тітула І. Д. Математика і філософія стародавнього світу. Мілетська школа	60

НОВІТНІ МАТЕМАТИЧНІ ТА ПЕДАГОГІЧНІ ПІДХОДИ У ВИВЧЕННІ ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

Дівтер М. В., Товстий А. А. Непараметричний критерій для перевірки статистичних гіпотез при механічних випробуваннях	52
Дяденчук А. Ф. Розвиток математичної компетентності засобами Microsoft Excel	70
Єршова А. А. Комбінаторика як інструмент формування компетентностей учнів Нової української школи	73
Кириченко А. М., Масліч Н. А. Непараметрична міра зв'язку між випадковими величинами: коефіцієнт кореляції Спирмена	77
Лузанов С. А., Голованова А. А. Деякі питання проектування автоматизованих підсумкових тестів з курсу вищої	82
Миргород О.О. Застосування методу Рунге – Кутта 4-го порядку для розрахування динаміки гідроприводної трансмісії трактора	88

Сахно В.О. Застосування диференціального числення для розрахунків динаміки гідропривода рульового керування трактора	95
Філіп'єв Є.С. Застосування модифікованого метода Ейлера для розрахунку динаміки об'ємного гідропривода пересування мобільного підйомника	102
Харченко С. Д., Горбунова Є. І. Біртогональні базиси у спряжених просторах	108
Целуйко К. О. Застосування функцій від матриці до інтегрування системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами	112
Щербініна Ю. В., Магуріна П. І. Лінійні форми та спряжені простори.....	115

ФУНДАМЕНТАЛЬНІ ОСНОВИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОФЕСІЙНО-ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

Байдик І. А. Методи та інструментальні засоби розроблення ігрового застосування у жанрі головоломки з використанням імерсивних технологій.....	120
Балан Д. С. Розроблення застосування для аналізу транзакцій інтернет банку з використанням методів Big Data	133
Башук А. А. Розроблення тривимірної візуалізації авторської гри з використанням технологій 3D моделювання	158
Бей В. В., Філіпов І. О. Приклад дослідження малих коливань маятника, на який діє сила спеціального вигляду	144
Болюх Д. В., Максимчук І. С. Використання методу скінченних елементів для розв'язання професійно-прикладних задач	149
Булатов Є. А. Теоретико-методичні основи аналізу вразливостей комп'ютерних систем і методика їх усунення	152
Васильєв В. О. Інтелектуальна система прогнозування на основі індексів криптовалют із використанням моделей машинного навчання	156
Волошків В. В. Розроблення месенджера з використанням технології штучного інтелекту	159
Дорожко І. О., Костенко А., В. Приклад дослідження на стійкість малих коливань маятника, на який діє сила спеціального вигляду.....	161
Корнілов Р. В. Розроблення програмної системи з підтримки діяльності служби таксі з використанням штучних нейронних мереж	165
Кравчук В. Р. Розроблення програмної системи "Фільмографія" із використанням клієнт-серверної архітектури	173
Кукульчук В. О. Розроблення інтелектуальної гри в жанрі головоломки на основі ігрового рушія Unity	176
Кушнірук А. Є. Розроблення інформаційної аналітичної системи з продажу книг із використанням Dynamics 365 Business Central	179
Легкий С. В. Розроблення програмної системи "Порівняльний	

аналіз мобільних процесорів" із використанням технологій об'єктно орієнтованого програмування	183
Могильницький М. В. Операторний метод опису алгоритмів: історія та виходи на завдання складної формогенерації та супутнього руху.....	190
Омельченко А. С. Розроблення інформаційної системи для моніторингу повітряних тривог із використанням вільнопоширюваного програмного забезпечення	194
Петрик В. М. Розроблення архітектури програмної системи комплексного аналізу даних із використанням технологій Big Data	198
Попович А. С. Технології проектування комп'ютерних ігор із використанням геймдизайн орієнтованих підходів	203
Прилуцький М. І. Розроблення інформаційної системи для моніторингу повітряних тривог із використанням вільнопоширюваного програмного забезпечення	206
Рибачук М. О. Приклад складання фазової траєкторії частинного розв'язку диференціального рівняння 2-го порядку з ненульовими початковими умовами	214
Ткач Ю. О. Розроблення клієнт-серверної системи діагностування пацієнтів стоматологічної клініки з використанням технологій об'єктно орієнтованого програмування	218
Яцун В. В. Розроблення програмної системи "Електромобіль" із використанням технологій штучного інтелекту	220.

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ У ДОСЛІДЖЕННЯХ ВИДАТНИХ ВЧЕНИХ У ТЕХНІЧНИХ, ТРАНСПОРТНИХ ТА ЕКОНОМІЧНИХ ГАЛУЗЯХ

УДК 656.07:629.3:519.63

Бездітко О.Р. (студ., 2 курс)

Шебет Е.Г. (студ., 2 курс)

Науковий керівник – доц. Гадецька С.В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ОГЛЯД МІКРОСКОПІЧНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ

Обрання тієї чи іншої математичної моделі транспортного потоку здійснюють відповідно до фізичної постановки завдання, для розв’язування якого будують ієрархію спрощених моделей. При цьому встановлюють, який рівень потрібно використати в тому чи іншому випадку.

Наприклад, моделювання транспортних пасажиропотоків може здійснюватися в межах окремих вузлів (мікрорівень) або ж у масштабі всього міста (макрорівень). Метод розв’язування задачі з динаміки транспортних потоків має узгоджуватись із заявленою точністю розрахунку та витратами на його розробку. Високорівневі моделі потребують значних часових затрат на їх розробку та відповідних ресурсів програмних засобів. Крім цього, математичне моделювання в транспортних технологіях має таку особливість, що поряд з фізичними процесами в транспортних технологіях необхідно розглядати ще й дії людини як біологічного об’єкта, котрий має свої певні психологічні особливості.

У макроскопічних моделях транспортний потік подібний до руху стислої рідини або газу. Цей вид моделювання застосовується для опису руху транспорту на значних відстанях, тобто на набагато більших розмірах транспортної мережі, ніж розмір транспортного засобу. В цих моделях критеріями оцінки транспортного потоку виступають густина транспортного потоку, його швидкість та інтенсивність. У цих умовах модель поведінки всіх

водіїв однакова. Докладно аналіз таких моделей здійснено, зокрема, у роботі [1].

В основі мікроскопічного моделювання лежить концепція про бажання дотримуватись безпечної дистанції до лідера під час руху. Цей підхід розглядає рух автомобілів як рух окремих об'єктів і є найбільш ефективним в описі руху на невеликих відстанях (наприклад, на перехрестях). На відміну від макроскопічних моделей, у мікроскопічних моделях кожен транспортний засіб характеризується власною швидкістю та індивідуальними обмеженнями. До мікроскопічних моделей належать: модель оптимальної швидкості Ньюелла [2], модель слідування за лідером Дженерал Моторс [3], модель «розумного водія» Трайбера [3, 4], моделі клітинних автоматів [5].

Мезоскопічні моделі поєднують у собі риси макроскопічних та мікроскопічних моделей. У них не відстежуються окремі транспортні засоби, але враховується їхня поведінка, наприклад, з погляду теорії ймовірностей. Мезоскопічні моделі описують рух транспортних засобів на високому рівні деталізації, як у мікромоделюванні. Проте їхню поведінку та взаємодію описують на низькому рівні, як у макромоделюванні. Транспортний потік розглядається як набір декількох груп сутностей, дії яких і взаємодія між якими розглядається з високим ступенем деталізації.

Дана робота присвячена огляду сучасних підходів до математичного моделювання транспортних потоків засобами мікромоделювання. Розглянемо деякі з них.

Модель оптимальної швидкості Ньюелла. Нехай транспортні засоби в односмуговому потоці пронумеровані зліва направо (рис. 1).



Рис. 1. Мікроскопічна модель оптимальної швидкості Ньюелла

Позначимо через $S_n(t)$ координату центра n -го транспортного засобу в момент часу $t \geq 0$. Тоді:

$$h_n(t) = s_{n+1}(t) - s_n(t),$$

$$v_n(t) = s'_n(t),$$

де $h_n(t)$ – відстань між двома транспортними засобами, що прямують один за одним; $S_n(t)$ – координата центра n -го транспортного засобу; $v_n(t)$ – швидкість n -го транспортного засобу.

У мікроскопічній моделі Ньюелла припускається, що для кожного водія існує «безпечна» швидкість руху, яка залежить від дистанції до лідера:

$$v_n(1 + \tau) = V \left(\frac{1}{h_n(t)} \right),$$

де τ - час, що характеризує реакцію водіїв; $v'(\rho) < 0$.

Час, що характеризує реакцію водія:

$$\tau = - \frac{L}{Q'(\rho_{\max})},$$

де L – середня довжина транспортних засобів; $Q(\rho)$ - залежність густини транспортного потоку від максимальної густини транспортного потоку.

Модель слідування за лідером Дженерал Моторс. Співробітники концерну Дженерал Моторс запропонували одну з перших мікроскопічних моделей односмугового транспортного потоку:

$$s''_n(t + \tau) = \alpha \frac{s'_{n+1}(t) - s'_n(t)}{s_{n+1}(t) - s_n(t)}, \quad \alpha > 0,$$

де $S''_n(t + \tau)$ - прискорення n -го транспортного засобу, $S_n(t)$ - координата центра n -го транспортного засобу, $S'_n(t)$ - швидкість n -го транспортного засобу.

Моделі клітинних автоматів. У цих моделях дорога розбивається на клітини, дискретним є й час. Вважається, що у клітині може перебувати не більше одного АТЗ. На кожному кроці стан усіх транспортних засобів у системі оновлюється відповідно до таких правил:

1. Прискорення відображає тенденцію рухатись якомога швидше, не перевищуючи максимально допустиму швидкість:

$$v_n(m+1) = \min\{v_n(m) + 1, v_{\max}\}.$$

2. Гальмування гарантує відсутність зіткнень з транспортними засобами, що йдуть попереду:

$$v_n(m+1) = \min\{v_n(m), s_{n+1}(m) - s_n(m) - d\},$$

де $d \approx 7,5$ м.

3. Випадкові збурення враховують різницю у поведінці транспортних засобів.

4. Рух:

$$s_n(m+1) = s_n(m) + v_n(m).$$

Зазначимо, що усі чотири наведених кроки необхідні для відтворення основних властивостей транспортного потоку.

Анотація. У роботі здійснено огляд мікроскопічних математичних моделей транспортних потоків, що закладені в основу функціонування сучасних систем керування транспортними потоками і засновані на математичному, програмному і інформаційному підґрунті.

Ключові слова: математичні моделі транспортних потоків, мікроскопічні моделі, модель оптимальної швидкості Ньюелла, модель слідування за лідером Джеренал Моторс, моделі клітинних автоматів.

Література

1. Моделирование в транспортных технологиях. Часть I : монография / за ред. А. В. Сохацкого. – Дніпро : УМСФ, 2022. – 182 с.
2. Newell G. F. Nonlinear effects in the dynamics of car – following / G. F. Newell // Oper. Res. – 1961. – V. 9. – P. 209–229.
3. Helbing D. Traffic and related self-driven many particle systems / D. Helbing // Reviews of modern physics. – 2001. – V. 73. – № 4. – P. 1067–1141.
4. Kerner B. S. Introduction to modern traffic flow theory and control. The long road to three – phase traffic theory / Kerner B. S. – Berlin : Springer, 2009.
5. Chowdhury D. Statistical physics of vehicular traffic and some related systems / D. Chowdhury, L. Santen, A. Schadschneider // Phys. Rep. – 2000. – V. 329. – P. 199–329.

МЕХАНІЧНА ІНТЕРПРЕТАЦІЯ АЛГОРИТМА ГАУССА

Дослідження реальних фізичних процесів та явищ полягає у побудові відповідних математичних моделей і розробці методів їх дослідження. Кількісні методи дослідження в даний час застосовуються практично в усіх сферах виробничої діяльності, математичні моделі використовуються службами моніторингу і прогнозування фізичних процесів і явищ. В прагненні пізнання і відтворення детальної картини досліджуваних процесів науковцям доводиться будувати все складніші і складніші математичні моделі, які у свою чергу вимагають універсального математичного апарату. Ось чому методи Гаусса набули за останні роки широкого розвитку і отримали виключно важливе значення.

Розглянемо довільну пружну статичну систему S , закріплену на краях (наприклад, струну, стрижень, багатопрольотний стрижень, мембрану, пластину або дискретну систему), і візьмемо на ній n точок (1), (2), ..., (n) [3].

Ми розглядатимемо переміщення (прогини) $y_1, y_2, \dots, y_n$ точок (1), (2), ..., (n) системи S під дією сил $F_1, F_2, \dots, F_n$, які прикладено в цих самих точках. Ми припускатимемо, що сили та переміщення паралельні одному й тому самому напрямку і тому визначаються своїми алгебраїчними величинами (рис.1).

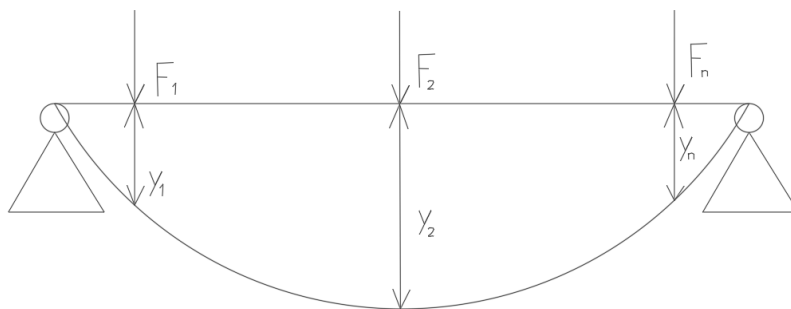


Рис. 1.

Окрім того, ми прийнемо, що має місце принцип лінійного накладання сил:

1. При сумарному накладанні двох систем сил відповідні прогини додаються.
2. При множенні величин усіх сил на одне й те саме дійсне число всі прогини множаться на це число.

Позначимо через a_{ik} коефіцієнт впливу точки (k) на точку (i) , тобто прогин у точці (i) під дією одиничної сили, прикладеної в точці (k) ($i, k = 1, 2, \dots, n$) (рис. 2).

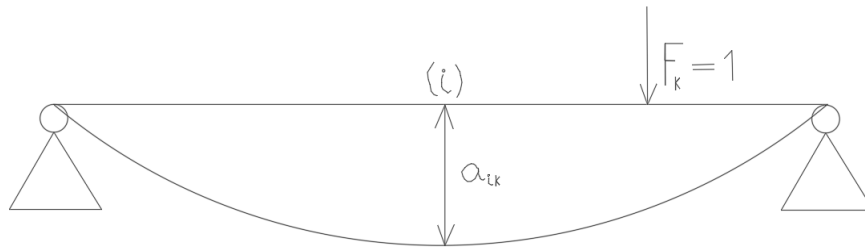


Рис 2.

Тоді при спільній дії сил $F_1, F_2, \dots, F_n$ прогини $y_1, y_2, \dots, y_n$ визначаються за формулами

$$\sum_{k=1}^n a_{ik} F_k = y_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

Співставляючи (1) з вихідною системою, ми задачу з пошуку розв'язку системи рівнянь можемо інтерпретувати так:

Дано прогини $y_1, y_2, \dots, y_n$. Шукаються відповідні сили $F_1, F_2, \dots, F_n$. [2].

Позначимо через S_p статичну систему, що виходить з S введенням p нерухомих шарнірних опор у точках $(1), (2), \dots, (p)$ ($p \leq n$). Коефіцієнти впливу для решти рухливих точок $(p+1), \dots, (n)$ системи S_p позначимо через

$$a_{ik}^{(p)} \quad (ik = p+1, \dots, n)$$

(див. рис.3 при $p=1$)

Коефіцієнт $a_{ik}^{(p)}$ можна розглядати як прогин у точці (i) системи S під час дії одиничної сили в точці (k) і сил реакцій $R_1, R_2, \dots, R_n$ у закріплених точках $(1), (2), \dots, (p)$. Тому

$$a_{ik}^{(p)} = R_1 a_{i1} + \dots + R_p a_{ip} + a_{ik} \quad (2)$$

З іншого боку, за цих самих сил прогини системи S у точках (1) (2), ..., (p) дорівнюють нулю:

$$\left. \begin{aligned} R_1 a_{11} + \dots + R_p a_{1p} + a_{1k} &= 0, \\ \dots &\dots \\ R_1 a_{p1} + \dots + R_p a_{pp} + a_{pk} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Якщо

$$A \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & p \\ 1 & 2 & \dots & p \end{pmatrix} \neq 0,$$

тоді ми можемо з формули (3) визначити $R_1, R_2, \dots, R_p$ і отримані вирази підставити в формулу (2). Цей виняток $R_1, R_2, \dots, R_p$ можна зробити і так: до системи рівностей (3) додамо рівність (2), записану у вигляді

$$R_1 a_{i1} + \dots + R_p a_{ip} + a_{ik} - a_{ik}^{(p)} = 0 \quad (2^*)$$

Розглядаючи (3) і (2*) як систему $(p+1)$ однорідних рівнянь, що має ненульовий розв'язок $R_1, R_2, \dots, R_p, R_{p+1}=1$, отримуємо, що визначник цієї системи дорівнює нулю:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1p} & & a_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & \dots & a_{pp} & & a_{pk} \\ a_{i1} & \dots & a_{ip} & a_{ik} - a_{ik}^{(p)} \end{vmatrix} = 0.$$

Звідси

$$a_{ik}^{(p)} = \frac{A \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & p & i \\ 1 & 2 & \dots & p & k \end{pmatrix}}{A \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & p \\ 1 & 2 & \dots & p \end{pmatrix}} \quad (i, k = p+1, \dots, n). \quad (4)$$

За цими формулами коефіцієнти впливу «опорної» системи S_p виражаються через коефіцієнти впливу вихідної системи S .

Для будь-якого p ($p \leq n$) коефіцієнти $a_{ik}^{(p)}$ ($i, k = p+1, \dots, n$) в алгоритмі Гаусса є коефіцієнтами впливу опорної системи S_p .

Розглянемо окремий випадок однієї опори: $p=1$ (рис.3).

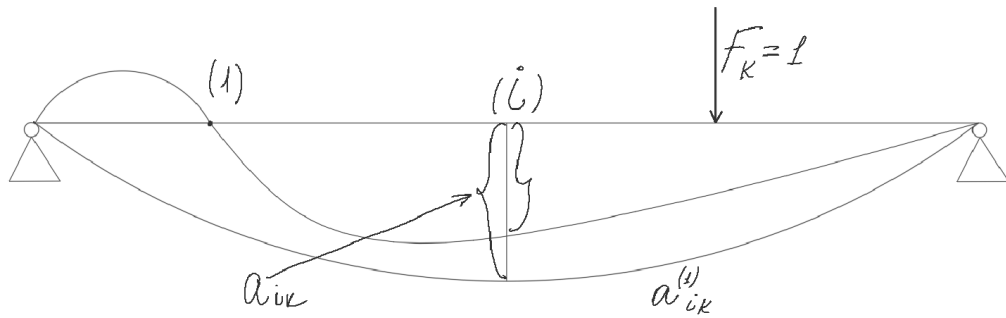


Рис 3.

У цьому випадку коефіцієнти впливу системи S_1 визначаються за формулами (вважаємо $p=1$ у формулі (4)):

$$a_{ik}^{(1)} = \frac{A \begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & k \end{pmatrix}}{A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}} = a_{ik} - \frac{a_{i1}}{a_1} a_1 k \quad (i, k = 1, 2, \dots, n)$$

Таким чином, якщо коефіцієнти a_{ik} ($i, k = 1, 2, \dots, n$) у системі управлінь (1) є коефіцієнтами впливу статистичної системи S то коефіцієнти $a_{ik}^{(1)}$ ($i, k = 1, 2, \dots, n$) в алгоритмі Гаусса є коефіцієнтами впливу системи S_1 . Застосовуючи ці самі міркування до системи S_1 та вводячи у ній другу опору в точці (2) одержимо що виду $a_{ik}^{(2)}$ ($i, k = 1, 2, \dots, n$) у системі рівнянь (4) є коефіцієнтами вплив опорної системи S_2 та й загалом для будь якого p ($p \leq n-1$) коефіцієнт $a_{ik}^{(p)}$ ($i, k = p+1, \dots, n$) у алгоритмі Гаусса є коефіцієнтами впливу опорної системи S_p .

З механічних міркувань очевидно, що *послідовне введення p опор рівносильно одночасному введенню цих опор* [3].

Звертаємо увагу на те, що під час механічної інтерпретації алгоритму виключень не було необхідності припускати, що точки, в яких розглядається прогин, збігаються з точками прикладання сил $F_1, F_2, \dots, F_n$. Можна вважати, що $y_1, y_2, \dots, y_n$ - прогини точок (1) (2), ..., (n), а сили $F_1, F_2, \dots, F_n$ прикладені у точках (1'), (2'), ..., (n'). Тоді a_{ik} коефіцієнт впливу точки (k') на точку (i) в цьому випадку замість опори в точці (j) слід розглядати узагальнену опору в точках (j) та (j') при якій проява точки (j) підтримується весь час дорівнює

нулю за рахунок належним чином вибраною допоміжною силою R_j в точці (j')). Умови можливості введення p узагальнених опор у точках $(1), (1'), (2), (2') \dots; (p), (p')$, тобто можливість задовольнити умови $y_1=0, y_2=0, \dots, y_p=0$ при будь-яких $F_{p+1}, \dots, F_n$ за рахунок відповідних $R_1=F_1, \dots, R_p=F_p$, виражається нерівністю.

$$A \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & p \\ 1 & 2 & \dots & p \end{pmatrix} \neq 0.$$

Висновки. Розв'язування багатьох професійних задач зводиться до розв'язування систем лінійних рівнянь. Метод Гаусса - найбільш універсальний з методів, що нами розглядаються, оскільки дозволяє розв'язувати невизначені системи, зокрема, системи у яких кількість рівнянь відрізняється від числа невідомих. Вивчення даного методу надає можливість формування висококваліфікованих фахівців, які вміють ставити нові проблеми та розв'язувати їх, мають математичний стиль мислення, вміють аналізувати частинні випадки та знаходити загальні закономірності під час дослідження виробничих процесів.

Література

1. https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4_%D0%93%D0%B0%D1%83%D1%81%D0%B0
2. <https://moodle.znu.edu.ua/mod/page/view.php?id=142770>
3. <http://dspace.wunu.edu.ua/bitstream/316497/41189/1/%D0%BF%D0%BE%D1%81%D1%96%D0%B1%D0%BD%D0%B8%D0%BA.pdf>
4. <http://um.co.ua/10/10-7/10-79941.html>

ОСОБЛИВОСТІ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ

Математичне моделювання різноманітних фізичних процесів застосовується для широкого кола завдань у різних галузях наукових досліджень. Це промисловість, військова справа, транспортні системи та технології тощо. Саме поняття «моделювання» походить від латинського слова «modulus», що перекладається як «засіб, аналог, зразок». Термін може тлумачитись як побудова або створення моделі, так і її дослідження. Моделювання – це побудова робочого аналога фізичного процесу. Воно призначено для подання певних аспектів об'єкта, що вивчається. Побудована модель відображає певну подібність властивостей або співвідношень з реальною задачею, що розглядається. Через це в наш час з'явилася та інтенсивно розвивається «теорія подібності». Вона дає змогу в моделюванні процесів та явищ використовувати відповідні критерії подібності й визначати межі застосування тих чи інших моделей.

Фізичні процеси в транспортних технологіях не завжди можна спостерігати на реально діючих об'єктах. Їх дослідження на відповідних моделях допомагає знайти шляхи підвищення ефективності транспортних технологій. Такий вид дослідження уможливорює вивчення складних задач у транспортних системах та технологіях не в реальних умовах, а в лабораторії: фізичній чи математичній. Це дає змогу отримати інформацію про реальні фізичні процеси та здешевити дослідження об'єктів за рахунок отримання результатів без проведення реальних випробувань. Отже, моделювання завжди доцільне, оскільки дає змогу відтворити сам об'єкт дослідження в лабораторному або обчислювальному експерименті.

Моделювання відповідно до своєї мети завжди має певні спрощення та припущення різного ступеня важливості. При цьому до моделі висувається низка вимог, серед яких, насамперед, адекватність (досить точне відображення властивостей об'єкту), повнота (наявність усієї необхідної інформації), гнучкість (можливість відтворення різних ситуацій у всьому діапазоні зміни умов і параметрів), відповідність математичної моделі ресурсним можливостям коректного проведення обчислювального експерименту.

Моделювання передбачає такі основні етапи: розробка фізичної моделі реального процесу; побудова математичної моделі; розробка алгоритму розв'язування поставленої задачі та програмного забезпечення; тестування розробленого програмного комплексу та вдосконалення моделі; проведення обчислювальних експериментів; аналіз результатів досліджень; розробка технічних рішень.

Математичне моделювання в транспортних технологіях має таку особливість, що поряд з фізичними процесами в транспортних технологіях необхідно розглядати ще й дії людини як біологічного об'єкта, котрий має свої певні психологічні особливості. Моделювання транспортних потоків як перспективний напрямок досліджень у сфері транспорту впродовж багатьох років вивчала ціла низка вчених економічно та технічно розвинутих країн.

Найперші задачі моделювання призначалися для обчислення пропускної здатності мережі магістралей. Значного поширення моделювання фізичних процесів набуло після Другої світової війни. Це пов'язано з тим, що із 40-х років минулого сторіччя активно проводились дослідження процесів, що виникають у результаті вибуху ядерного заряду. Тоді ж з'явилися перші макроскопічні моделі, які базувались на основі гідродинамічних аналогій, та перші мікроскопічні моделі, де кожен елемент транспортного потоку розглядався як окрема одиниця. Найпершою науковою працею, яка описує теорію транспортних потоків стала монографія американського фахівця Ф. Хейта [1]. У ній описано узагальнені математичні моделі динаміки

транспортних потоків, приділено значну увагу використанню основних співвідношень теорії ймовірностей у положеннях теорії транспортних потоків.

Зростання рівня автомобілізації почало потребувати забезпечення достатньої безпеки дорожнього руху та відповідної пропускної спроможності автомагістралей та міських автодоріг. Саме за допомогою математичних моделей можливе виконання таких завдань. Теорію імовірностей для розрахунків руху міського транспорту було використано в праці [2]. Виявилося, що розподіл транспортних засобів добре збігається з розподілом Пуасона.

Однією з найбільших ґрунтовних праць з теорії транспортних потоків є монографія Д. Дрю [3], у якій детально розглядаються елементи системи «водій–автомобіль–дорога» та моделі руху транспортних потоків, описано методи регулювання руху та проектування економічних транспортних систем з високою пропускною здатністю, що відповідає макроскопічному підходу дослідження.

У сучасному мікроскопічному моделюванні переважають моделі типу «розумного водія», в яких прискорення автомобіля описано деякою функцією від швидкості даного автомобіля, відстані до автомобіля, що рухається попереду та швидкості відносно лідера [4].

Сучасна школа українських фахівців з транспортного планування та моделювання досліджує сферу моделювання транспортних потоків, містобудування, будування різнорівневих розв'язок доріг тощо [5]. На відміну від раніше створених математичних моделей, призначених для односмугового транспортного потоку, в яких суттєвий вплив руху транспортних засобів на сусідніх смугах не враховувався, в сучасних багатосмугових макроскопічних моделях введені витoki та джерела у рівняннях, які описують транспортні потоки, що дозволяє використовувати реальну геометрію дороги. Методи розв'язування задачі з динаміки

транспортних потоків узгоджуються із заявленою точністю розрахунку та витратами на його розробку, оскільки високорівневі моделі потребують значних часових затрат на їх розробку та створення відповідного програмного забезпечення.

Одночасно з моделюванням транспортних потоків вивчаються задачі про світлофор, спрямовані на вдосконалення регулювання перехресть і збільшення їх пропускної здатності за рахунок виявлення найбільш ефективних режимів роботи світлофора. Модель перехрестя двох доріг із заданими інтенсивностями вхідних потоків дає змогу визначити такий режим роботи світлофорів, який забезпечить мінімальний середній час проходження перехрестя транспортними засобами.

Анотація. У роботі здійснено аналіз особливостей математичного моделювання транспортних потоків, які виникають в процесі створення сучасних систем керування транспортними потоками, засновані на математичному, програмному і інформаційному підґрунті і спрямовані на пошук шляхів підвищення ефективності транспортних технологій.

Ключові слова: математичне моделювання транспортних потоків, обчислювальний експеримент, макроскопічні моделі, мікроскопічні моделі, модель «розумного водія», модель «водій–автомобіль–дорога».

Література

1. Frank A. Haight. Mathematical theories of traffic flow / Frank A. Haight. – New York: Academic Press, 1963.
2. Бируля А. К. Методы исследования движения на автомобильных дорогах / А. К. Бируля // Труды Харьковского автомобильно-дорожного института. – 1954. – № 17. – С. 13–33.
3. Drew, D.A. (1983). Traffic Flow Theory. In: Braun, M., Coleman, C.S., Drew, D.A. (eds) Differential Equation Models. Modules in Applied Mathematics. Springer, New York, NY. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-5427-0_14
4. Kerner B. S. Introduction to modern traffic flow theory and control. The long road to three – phase traffic theory / Kerner B. S. – Berlin : Springer, 2009.
5. Осетрін, М., Тарасюк, В., Беспалов, Д., Беспалова, В., & Мирошніченко, О. (2021). Мультикритеріальний аналіз як метод обґрунтування вибору інженерно-планувальних рішень перетинів міських магістралей. Сучасні проблеми Архітектури та Містобудування, (59), 215–231. <https://doi.org/10.32347/2077-3455.2021.59.215-231>

Ващилко М. О. (студ., 1 курс)
Науковий керівник – доц. Вишневецький О. Л.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ВІД ПАРАДОКСІВ ЗЕНОНА ДО ПЕРЕРІЗІВ ДЕДЕКІНДА

Відкриття трьох знаменитих математичних проблем античності (трисекція кута, подвоєння куба, квадратура кола), що порушило гармонію арифметики і геометрії, було зроблено приблизно в останні десятиліття п'ятого сторіччя до н.е.. Крім того, виявилися інші труднощі - виявилися в розуміннях про реальність змін, і цим філософи займаються до наших днів. Відкриття цих нових труднощів приписують Зенонові Елейському (близько 450 р. до н.е.), учню Парменіда, філософа-консерватора, що учив, що розум осягає тільки абсолютне буття і що зміна є тільки удаване. Це отримало математичне значення тоді, коли в зв'язку з такими задачами, як визначення обсягу піраміди, стали займатися нескінченними процесами. Тут парадокси Зенона виявилися в протиріччі з деякими давніми й інтуїтивними представленнями відносно нескінченно малого і нескінченно великого. Завжди вважали, що суму нескінченно багатьох величин можна зробити як завгодно великою, навіть якщо кожна величина вкрай мала, а також що сума кінцевого чи нескінченного числа величин розміру нуль дорівнює нулю. Критика Зенона була спрямована проти таких представлень, і його чотири парадокси викликали таке хвилювання, що і зараз можна спостерігати деякі брижі. Ці парадокси дійшли до нас завдяки Аристотелю і відомі під назвами Ахіллес, Стріла, дихотомія (розподіл на два) і стадіони. Вони сформульовані так, щоб підкреслити протиріччя в поняттях руху і часу, але це зовсім не спроба дозволити такі протиріччя.

Парадокси Ахіллес і дихотомія, що ми викладемо своїми словами, роз'яснять нам суть цих міркувань.

Ахіллес. Ахіллес і черепаха рухаються в одному напрямку по прямій. Ахіллес куди швидше черепахи, але, щоб її нагнати, йому треба спочатку пройти точку Р, з якої черепаха почала рух. Коли Ахіллес потрапить у Р, черепаха просунеться в точку Р1. Ахіллес не може наздогнати черепаху, поки не потрапить у Р1, але черепаха при цьому просунеться в нову точку Р2. Якщо Ахіллес знаходиться в Р2, черепаха виявляється в новій точці Р3 і т.д. Отже, Ахіллес ніколи не може наздогнати черепаху.

Дихотомія. Допустимо, що я хочу пройти від А до В по прямій. Щоб досягти В, мені треба спочатку пройти половину (АВ1) відстані АВ; щоб досягти В2, я повинний спочатку досягти В2 на півдороги від А до В1 і так до нескінченності, так що рух ніколи не зможе початися.

Аргументи Зенона показали, що скінчений відрізок можна розбити на нескінченне число малих відрізків, кожний з яких - скінченої довжини. Вони показали також, що ми натрапляємо на труднощі при поясненні того, який зміст заяви, що пряма "складається" із точок. Дуже імовірно, що сам Зенон не мав представлення про те, до яких математичних висновків приводять його міркування. Проблеми, що привели до парадоксів Зенона, незмінно виникають у ході філософських і теологічних дискусій. Ми в них бачимо проблеми, зв'язані з відношенням, потенційної й актуальної нескінченності. Утім, Поль Таннері вважав, що міркування Зенона насамперед були спрямовані проти піфагорійського представлення простору як суми точок. Як би справа ні обстояла, безсумнівно, що міркування Зенона впливали на математичну думку багатьох поколінь. Його парадокси можна зіставити з тими, якими користувався в 1734 р. єпископ Берклі, показуючи, до яких логічних безглуздостей може привести погане формулювання положень математичного аналізу, але не пропонуючи зі своєї сторони кращого обґрунтування.

Після відкриття ірраціонального розуміння Зенона стали навіть ще більше турбувати математиків. Чи можлива математика як точна наука? Таннері думав, що ми можемо говорити про "дійсний логічний скандал" - про

кризу грецької математики. Якщо справа обстоєла саме так, то ця криза починається під кінець Пелопонесської війни, що закінчилася падінням Афін (404 р. до н. е.). Тоді ми можемо знайти зв'язок між кризою в математику і кризою суспільної системи, тому що падіння Афін означало смертний вирок пануванню рабовласницької демократії і початок нового періоду верховенства аристократії - криза, що була дозволена вже в дусі нової епохи.

Для цього нового періоду грецької історії характерно те, що росте багатство визначеної частини правлячих класів і так само ростуть убогість і незабезпеченість бідняків. Правлячі класи усе більше засобів для існування одержували за рахунок рабської праці. Це давало їм дозвілля для занять мистецтвом і наукою, але заодно усе більш підсилювало їхню неприхильність до фізичної праці. Ці дозвільні добродії з презирством відносилися до праці рабів і ремісників, і заспокоєння від турбот вони шукали в заняттях філософією й етикою індивідуума. На таких позиціях стояли Платон і Аристотель. У "Республіці" Платона (написаної, імовірно, близько 360 р. до н.е.) ми знаходимо саме чітке вираження ідеалів рабовласницької аристократії. "Стражі" у республіці Платона повинні вивчати "квадривіум", що складається з арифметики, геометрії, астрономії і музики, для того щоб розуміти закони всесвіту.

Така інтелектуальна атмосфера (принаймні, у своєму ранньому періоді) була сприятлива для обговорення основ математики і для умоглядної космогонії.

Щонайменше три великих математики цього періоду були зв'язані з Академією Платона, а саме Архіт, Теетет (прибл. у 369 р.) і Євдокс (ок. 408-355). Теетету приписують ту теорію ірраціональних, котра викладена в десятій книзі "Початків" Евкліда. Ім'я Евдокса зв'язане з теорією відносин, що Евклід дає у своїй п'ятій книзі, а також з так званим методом вичерпування, що дозволив строго проводити обчислення площ і обсягів. Це означає, що саме Євдокс переборов "кризу" у грецькій математиці і що його

строгі формулювання допомогли визначити напрямок розвитку грецької аксіоматики і, значною мірою, усієї грецької математики.

Евдоксова теорія відносин покінчила з арифметичною теорією піфагорійців, застосовної тільки до сумірних величин. Це була чисто геометрична теорія, викладена в строгій аксіоматичній формі, і вона зробила зайвими які-небудь застереження щодо чи несумірності сумірності розглянутих величин.

Сучасна теорія ірраціонального числа, побудована Дедекіндом і Вейерштрассом, майже буквально слідує ходу думок Евдокса, але вона відкриває значно більш широкі перспективи завдяки використанню сучасних математичних методів.

"Метод вичерпування" (термін "вичерпування" уперше з'являється у Григорія Сен Венсана, 1647 р.) був відповіддю школи Платона Зенонові. Метод обходив усі пастки нескінченно малого, попросту усуваючи їх, тому що зводив проблеми, у яких могли з'явитися нескінченно малі, до проблем, розв'язуваних засобами формальної логіки. Наприклад, якщо було потрібно довести, що обсяг V тетраедра дорівнює однієї третини обсягу P призми з тією же основою і тією же висотою, то доказ полягав у тому, щоб показати абсурдність як допущення, що $V > \frac{1}{3}P$, так і допущення, що $V < \frac{1}{3}P$. Для цього була введена аксіома, відома тепер як аксіома Архімеда. Вона лежить в основі теорії відносин Евдокса, а саме: "про ті величини говорять, що вони знаходяться в деякій відношенні одна до іншої, котрі можуть, будучи помножені, перевершити одна іншу" (Евклід V, Визначення 4). Цей метод, що у греків в епоху Відродження став стандартним методом точного доказу при обчисленні площ і обсягів, був цілком строгий, і його легко перетворити на доказ, що відповідає вимогам сучасної математики.

Література

1. Dirk Jan Struik. *A Concise History of Mathematics*, 1948, viele Auflagen, Dover 1987.

Горохова А. А. (студ., 1 курс)
Шагіян Р. С. (студ., 1 курс)
Науковий керівник – доц. Пташний О. Д.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

З ІСТОРІЇ ВИНИКНЕННЯ ВІДОМИХ МАТЕМАТИЧНИХ КОНСТАНТ

Серед безлічі чисел виділяється декілька, які «пронизують» математику, фізику та інші науки. І це, перш за все, знайомі нам давно числа π та e . Про них та ще про деякі і піде розмова.

З числом π ми знайомі десь з 6 -7 класу. Багато хто думає, що раз це число позначається грецькою літерою, то придумали його древні греки. Але це не так, бо багато що зараз прийнято позначати грецькими буквами.

Позначення π для безрозмірного числа 3, 141592..... широко поширилось і, по суті, стало міжнародним стандартом після того, як його став застосовувати видатний математик Леонард Ейлер (1707-1783) у своїх наукових працях, що отримали всесвітню славу.

Згадаємо, як ми вперше почули про це число. Це було, коли ми почали задумуватись над тим, що у схожих геометричних фігур відповідні лінійні розміри повинні бути пропорційними. Зокрема, у такої чудової фігури, як коло. Всі кола схожі (або, як потім стали казати, подібні). Отже, відношення відповідних лінійних розмірів у різних кіл одне й те ж. А лінійні розміри – це довжина кола та його діаметр. Відношення довжини кола до його діаметра (стала величина для будь-яких кіл) і назвали числом π . Тут же з'явилися відомі формули, які пов'язують довжину кола C , його діаметр D , радіус R , а згодом і площу S :

$$\pi = \frac{C}{D}; \quad C = \pi D = 2\pi R; \quad S = \pi R^2.$$

У стародавніх текстах зустрічаються *наближення* для числа π різної точності - 3; 3,16; 3,141594 та ін. Багато хто чув про наближення числа π

дробом $\frac{22}{7}$. Деякі намагались знайти раціональний дріб, у точності рівний

відношенню довжини кола до його діаметру, навіть після того, як стали відомі результати обчислень математиками більше тридцяти точних десяткових знаків. Один з несподіваних красивих результатів – це ряд, отриманий німецьким математиком Лейбніцем (1646-1716):

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots$$

Подальше вивчення числа π стало можливим завдяки його несподіваному «союзнику» - числу e . Це число виражає собою границю, до якої наближаються члени послідовності

$$\left(1 + \frac{1}{1}\right)^1; \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2; \left(1 + \frac{1}{3}\right)^3; \left(1 + \frac{1}{4}\right)^4; \dots; \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n; \dots$$

за умови необмеженого зростання натурального n . Це число у 1736 році ввів та запропонував позначати буквою e той же Леонард Ейлер.

Так же, як і число π , число e ірраціональне, воно виражається нескінченим неперіодичним десятковим дробом. Ось перші знаки його десяткового запису: $e = 2,718281828459045\dots$

Число e чудово у багатьох відношеннях. Для нього існують красиві розклади, знайдені Ейлером у вигляді ряду:

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots,$$

у вигляді цепного дробу:

$$e = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \dots}}}}}$$

Мабуть ви звернули увагу на функцію e^x у таблицях похідних чи невизначених інтегралів. Ця функція не змінюється ні при диференціюванні, ні при інтегруванні! Таку властивість мають лише функції виду Ce^x (окрім, звичайно, «не цікавої» функції – константи 0).

А ще Ейлеру належить одна з самих чудових формул, яка висічена на Математичному відділенні Палацу Відкриттів у Парижі:

$$e^{i\pi} = -1.$$

Опублікував він її у 1748 році, і вона поєднує у єдине чотири чудові математичні константи - $e, \pi, i, 1$. Тут i - так звана уявна одиниця, яка є головним «персонажем» теорії комплексних чисел.

Одна з чудових формул, що пов'язує $n!$ з e та π належить англійському математику Джеймсу Стірлінгу (1616-1703):

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}^{n+\frac{1}{2}} e^{-n};$$

вона є наслідком встановленого ним граничного співвідношення

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{\sqrt{2\pi n}^{n+\frac{1}{2}} e^{-n}} = 1.$$

Леонард Ейлер увів у розгляд функцію $\Gamma(x)$ (гама-функція Ейлера), у якомусь сенсі узагальнюючу поняття факторіалу. При натуральному значенні аргументу $x = n$ гама-функція приймає значення $\Gamma(n) = (n-1)!$.

Якщо x - не ціле число, то значення функції задовольняє функціональному рівнянню

$$\Gamma(x)\Gamma(1-x) = \frac{\pi}{\sin \pi x},$$

звідки, зокрема, випливає, що $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$.

Цікавий зв'язок між факторіалами натуральних чисел та числом π задається формулою

$$\sqrt{\pi} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n} (n!)^2}{(2n)! \sqrt{n}},$$

яка є наслідком так званої формули Валліса.

Ще одно число заслуговує на серйозну увагу – це так званий «золотий перетин». Процедуру та співвідношення, у наслідок якої з’являється це число, теж називають золотим перетином, або золотою пропорцією. Вона полягає у діленні відрізка на дві нерівні частини, так, щоб довжина більшої частини у стільки разів відрізнялася від довжини меншої, у скільки весь відрізок відрізняється від довжини більшої частини. Якщо позначити довжину більшої частини через a , а меншої – через b , то золота пропорція запишеться у вигляді

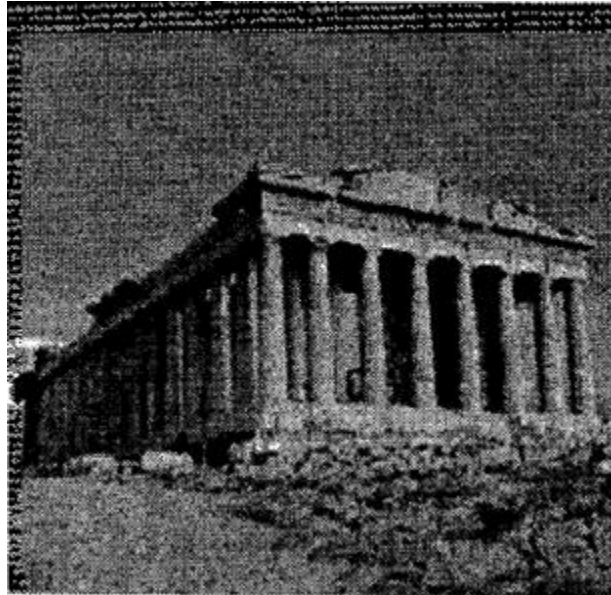
$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}.$$

Якщо позначимо відношення $\frac{a}{b} = x$, то звідси легко отримати для x

квадратне рівняння $x^2 - x - 1 = 0$, додатній корінь якого дорівнює $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Це число часто позначають буквою Φ , на честь давньогрецького скульптора Фідія (431 р. до н.е.), який застосував золоту пропорцію при проектуванні всесвітньо відомого храму Афіни «Пантеон».

Принципи золотого перетину покладено в основу багатьох творів світового мистецтва, архітектури античності та епохи відродження. Леонардо де Вінчі (1452-1519) знаходив число Φ у пропорціях тіла людини. А німецький вчений Цейзинг, дослідивши у середині XIX століття тисячі людей, дійшов висновку, що золотий перетин займає найважливіше місце у системі пропорційних відношень «параметрів» людини.



Число Φ має багато цікавих математичних властивостей:

$$\Phi = 1 + \frac{1}{\Phi};$$

$$\Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}; \quad \Phi = \sqrt{2 + \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 - \dots}}}};$$

$$\Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}; \quad \Phi = 2 - \frac{1}{2 + \frac{1}{2 - \frac{1}{2 + \dots}}}.$$

З іншого боку, число Φ є границею при $n \rightarrow \infty$ відношення $\frac{F_{n+1}}{F_n}$ двох послідовних чисел Фібоначчі.

Про гармонічний союз констант Φ і π засвідчують факти й іншого роду. Так для величавого пам'ятнику древнього Єгипту – піраміди Хіупса з високою точністю виконуються співвідношення

$$\frac{2H}{L} \approx \Phi \quad \text{і} \quad \frac{2L}{H} \approx \pi$$

(тут L - довжина основи, а H - висота піраміди).

Серед витончених людських витворів є не тільки загальновизнані твори мистецтва, але й красиві математичні формули. Ось деякі з них.

Ряд Лейбниця:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \dots$$

свого роду «математичний звукоряд», у якому переплітаються дві «мелодії» - одна зі знаком плюс, друга – зі знаком мінус, а знаменники дробів підкреслюють висоту цих звуків.

А ось так звані композиції Арібахати:

$$\begin{aligned} \pi &\approx 2^{n-1} \cdot \underbrace{\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}}}_{n-1 \text{ радикалов}} \\ \pi &\approx 2^{n-1} \cdot 3 \cdot \underbrace{\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}}}_{n \text{ радикалов}} \\ \pi &\approx 192 \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}}} \approx 3,14156 \end{aligned}$$

Вони відкриті у шостому столітті та дають результат більш точний, ніж у Архімеда та Птоломея.

А це - представлення числа π через цепні дробі

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}}} \quad \frac{\pi}{2} = 1 + \frac{2}{3 + \frac{1 \cdot 3}{4 + \frac{3 \cdot 5}{4 + \frac{5 \cdot 7}{4 + \frac{7 \cdot 9}{4 + \dots}}}};$$

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \frac{2}{7 + \frac{1 \cdot 3}{8 + \frac{3 \cdot 5}{8 + \frac{5 \cdot 7}{8 + \frac{7 \cdot 9}{8 + \dots}}}}$$

які знайшов Леонард Ейлер.

Золоті числа супроводжують нас у будь-яких розділах математики. Ось, наприклад, теорія ймовірностей, на перший погляд, не має відношення до кола, або визначних границь, але ще у 1777 році французький вчений Форж Бюффон опублікував роботу, яка визвала черговий сплеск пристрастей навколо числа π . Він розлінував поверхню паралельними прямими, позначивши відстань між ними $2a$. На цю поверхню він запропонував на вдачу кидати голку довжиною $2l$, де $l \leq a$. Він показав, що при цьому ймовірність того, що голка перетне якусь з ліній дорівнює

$$p = \frac{2l}{a\pi}.$$

Оскільки ймовірність – це те число, біля якого коливається значення частоти події, то при достатньо великій кількості спроб її приблизно можна замінити частотою $\frac{m}{n}$, де n - кількість спроб, а m - це кількість випадків, коли при цьому гілка перетне якусь з ліній. Тоді число π може бути знайдене експериментально:

$$\pi \approx \frac{2nl}{am}.$$

Це співвідношення у свій час викликало ажіотаж: кому з добровільних експериментаторів вдасться краще оцінити число π , багаторазово кидаючи гілку.

Щодо явищ навколишнього середовища, то багато з них мають на собі «відбитки» числа π , які ми часто не помічаємо. Але й навпаки, закони природи можна певним чином «поширити» на число π . Маються на увазі

відомі закони збереження маси, заряду, енергії та ін. За аналогією з ними можна (звичайно жартома) сформулювати і закон збереження числа π :

Якщо число π прибрати з однієї формули, то воно неминуче з'явиться у іншій.

І дійсно, наприклад у тригонометрії, якщо замість радіанної міри кутів (а це на практиці кути типу $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}$) почати використовувати градусну, то міри вказаних кутів вже будуть 90, 60, 150 градусів, тобто вже не будуть виражені через π , але це число зразу ж з'явиться там, де його раніше не було. Наприклад, якщо користуватися радіанною мірою кутів, то

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots,$$

а якщо градусною –

$$\sin x^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} x^\circ - \left(\frac{\pi}{180^\circ}\right)^3 \frac{x^{\circ 3}}{3!} + \left(\frac{\pi}{180^\circ}\right)^5 \frac{x^{\circ 5}}{5!} + \dots$$

Ми познайомились з дуже цікавими і важливими числами, що часто виникають у математиці, та різних галузях знань. І у якій з областей науки та техніки у подальшому ми б не працювали, ці «золоті числа» будуть нас супроводжувати усюди.

Література:

1. Дивовижний світ математики: інформаційний список літератури/ уклад. Н.В. Вдовиченко; бібліотека Дарницького району м. Києва. – Київ, 2021.- 20 с.

Грицай К. М. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – доц. Михайленко І. В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ЛАГРАНЖ – НАЙВЕЛИЧНІША ПІРАМІДА НАУК

Джозеф Луїс Лагранж, визнаний як один із найвидатніших математиків усіх часів, віддав своє життя вивченню та розвитку математичних наук. Його внесок у математику став ключовим для розвитку різних наукових напрямків,

включаючи технічні, транспортні та економічні галузі. У цій статті ми розглянемо життєвий шлях та наукові досягнення Лагранжа, а також його вплив на розвиток сучасних математичних методів у різних галузях.

«Лагранж – найвеличніша піраміда математичних наук», – так оцінив Наполеон Бонапарт видатного вченого і найскромнішого математика XVIII ст. Жозефа Луї Лагранжа, якого він зробив сенатором, графом імперії і командором ордена Почесного легіону.

У жилах Лагранжа текла франко-італійська кров, але француз у ньому домінував. Джозеф Луїс Лагранж народився 25 січня 1736 року в Турині (Італія), був одинадцятю дитиною в сім'ї банківського чиновника, і лише один він не помер у дитячому віці. Його батько спочатку був заможною людиною, але банківські справи вів кепсько, і тому коли Жозеф Луї готувався до вступу в свої права єдиного спадкоємця, вже нічого було успадковувати. «Якби мені дістався великий спадок, то, напевно, не довелося би пов'язати свою долю з математикою», – згадував Лагранж.

Його ранній інтерес до математики з'явився вже у дитинстві, і він виявив надзвичайний талант у цій галузі. У 14 років Лагранж уже мав наукові роботи. У 17-річному віці став викладачем математики в Королівській артилерійській школі в Турині. Незважаючи на те що Лагранж був молодшим за своїх учнів, він користувався славою чудового викладача. У 18 років Лагранж вже опублікував свої перші праці з диференціальних рівнянь та варіаційного числення [1, с.25].

Вже в 19 років він запропонував у листі до [Леонарда Ейлера метод невизначених множників](#), одразу ж завоювавши визнання в математичному світі. Пізніше Лагранж переїхав до Парижа, де здобув славу як вчений і викладач. Він працював у відомих математичних інститутах, таких як Паризька академія наук та Берлінська академія наук. Його наукові здобутки зазнали широкого визнання, і він був обраний членом багатьох академій наук у всьому світі.

Одним із найважливіших досягнень Лагранжа є його розвиток аналітичної механіки. Він вніс значний вклад у теорію диференціальних рівнянь та варіаційного числення, що знайшли широке застосування в різних наукових галузях.

У технічних науках, наприклад, Лагранжеві методи були використані для моделювання складних динамічних систем, таких як механічні конструкції та електромагнітні поля. Він також розробив аналітичний підхід до вирішення проблеми тригонометричних рівнянь, що знайшов застосування у розв'язанні різноманітних інженерних завдань.

У транспортних науках Лагранжеві методи були використані для оптимізації траєкторій руху транспортних засобів, що дозволило підвищити ефективність перевезень та зменшити витрати на паливо.

У сфері економіки Лагранж вніс вагомий внесок у розвиток оптимізаційних методів, які використовуються для максимізації прибутку та мінімізації витрат у виробничих процесах та фінансових операціях.

Лагранжу належать понад 100 математичних праць, багато з них були трактатами, і всі публікації відзначалися найвищою якістю. Але найвизначнішим твором Лагранжа стала «Аналітична механіка», надрукована в 1787р. У цій роботі вчений узагальнив свої дослідження з класичної механіки й надав цій науці елегантною й довершеною форми.

Лагранжеві методи стали основою для багатьох сучасних математичних технік, які використовуються в науці та технологіях. Його роботи з теорії оптимізації, диференціальних рівнянь та варіаційного числення стали фундаментом для подальших досліджень у цих галузях [2, с. 47].

Великий внесок Лагранжа у математичні науки сприяв розвитку сучасних інженерних, технологічних та економічних дисциплін. Високу оцінку працям Лагранжа дав Карл Маркс: «Велика заслуга Лагранжа полягає не лише в тому, що він обґрунтував диференціальне числення, але й у тому, що він увів саме поняття похідної функції» [1].

Висновки. Джозеф Луї Лагранж вважається одним з найвеличніших математиків усіх часів, завдяки своїм важливим науковим внескам у математичні науки та їх застосування у різних галузях. Його розвиток аналітичної механіки, теорії диференціальних рівнянь та варіаційного числення відіграв вирішальну роль у формуванні сучасних математичних методів, які застосовуються у технічних, транспортних та економічних науках. Його спадок живе й далі, надихаючи науковий світ до подальших досліджень та досягнень.

Література

1. Жозеф Луї Лагранж: 1736—1813/ І.А. Тюліна / Фізико-математична спадщина: математика (історія математики) / Біографії видатних особистостей - 224 с.
2. Лекції з елементарної математики Kindle Edition / Жозеф Лангранж - 159 с.

Доля Є. О. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – доц. Вишневецький О. Л.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

РЕКУРЕНТНІ ПОСЛІДОВНОСТІ

Означення рекурентної послідовності

Будемо записувати послідовності у вигляді $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$, або, коротко, $\{u_n\}$. Якщо існує натуральне число k і числа $a_1, a_2, \dots, a_k$ такі, що, починаючи з деякого номера n і для всіх наступних номерів,

$$u_{n+k} = a_1 u_{n+k-1} + a_2 u_{n+k-2} + \dots + a_k u_n \quad (n \geq m \geq 1), \quad (1)$$

то послідовність (1) називається *рекурентною послідовністю порядку k* , а співвідношення (2) – *рекурентним рівнянням порядку k* .

Приклади. 1. Геометрична прогресія. Для геометричної прогресії: $u_1 = a, u_2 = aq, u_3 = aq^2, \dots, u_n = aq^{n-1}, \dots$, рівняння (1) приймає вид: $u_{n+1} = qu_n$.

2. Арифметична прогресія. Тут $u_1 = a, u_2 = a + d, \dots, u_n = a + (n-1)d, \dots$, $u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n$

- рівняння виду (2), де $k = 2, a_1 = 2, a_2 = -1$. Отже, арифметична прогресія є рекурентною послідовністю другого порядку.

Приклад 3. Розглянемо стародавню задачу Фібоначчі про число кроликів: знайти число пар зрілих кроликів, що утворилися від однієї пари протягом року, якщо відомо, що кожна зріла пара кроликів щомісяця народжує нову пару, причому немовлята досягають полової зрілості протягом місяця. Через $n + 1$ місяців загальне число зрілих пар буде: $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$. Таким чином, одержали послідовність

$$u_1 = 1, u_2 = 1, u_3 = 2, u_4 = 3, u_5 = 5, u_6 = 8, u_7 = 13, \dots \quad (2)$$

Вона називається *послідовністю Фібоначчі*, а її члени – *числами Фібоначчі*.

Можна довести, що довільна рекурентна послідовність порядку k

$$u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots, \quad (3)$$

що задовольняє рівнянню виду

$$u_{n+k} = a_1 u_{n+k-1} + a_2 u_{n+k-2} + \dots + a_k u_n \quad (n \geq m \geq 1), \quad (4)$$

збігається з послідовністю коефіцієнтів частки, отриманого від ділення деякого многочлена $P(x)$ на многочлен $Q(x) = 1 - a_1 x - \dots - a_k x^k$.

Наприклад, члени послідовності Фібоначчі (2) задовольняють рівнянню $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ ($n \geq 1$), тут $m = 1$, $k = 2$, $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ і $Q(x) = 1 - x - x^2$, а многочлен $P(x) = 1$. Отже, числа Фібоначчі збігаються з послідовністю коефіцієнтів частки від ділення 1 на $1 - x - x^2$.

Одне з питань, що доводиться розв'язувати щодо арифметичної і геометричної прогресій, а також послідовності квадратів натуральних чисел, полягає у відшуванні суми n членів кожних їхніх цих послідовностей. Нехай

$$u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots, \quad (5)$$

- рекурентна послідовність порядку k , члени якої задовольняють рівнянню:

$$u_{n+k} = a_1 u_{n+k-1} + a_2 u_{n+k-2} + \dots + a_k u_n \quad (n \geq m). \quad (6)$$

Розглянемо нову послідовність, утворену сумами S_n чисел (5):

$$S_1 = u_1, S_2 = u_1 + u_2, \dots, S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n, \dots, \quad (7)$$

Можна довести, що ця послідовність сум є також рекурентною, порядку $k + 1$, причому її члени задовольняють рекурентному рівнянню:

$$S_{n+1+k} = (1 + a_1) S_{n+k} + (a_2 - a_1) S_{n+k-1} + \dots + (a_k - a_{k-1}) S_{n+1} - a_k S_n \quad (8)$$

Приклади:

а) Геометрична прогресія. Тут $u_n = aq^{n-1}$ і

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = a + aq + \dots + aq^{n-1}.$$

Оскільки члени $\{u_n\}$ задовольняють рівнянню виду $u_{n+1} = q u_n$, то члени $\{S_n\}$ повинні задовольняти рівнянню

$$S_{n+1} = (1 + q) S_n - q S_{n-1}. \quad (9)$$

б) Послідовність квадратів натуральних чисел.

Тут $u_n = n^2$ і $S_n = 1 + 2^2 + \dots + n^2$. Оскільки члени $\{u_n\}$ задовольняють рівнянню $u_{n+3} = 3u_{n+2} - 3u_{n+1} + u_n$, то члени $\{S_n\}$ задовольняють рівнянню

$$S_{n+4} = 4S_{n+3} - 6u_{n+2} + 4S_{n+1} - S_n.$$

с) Числа Фібоначчі.

Оскільки вони задовольняють рівнянню $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$, то їх суми S_n повинні задовольняти рівнянню

$$S_{n+3} = 2S_{n+2} - S_n.$$

Характеристичне рівняння для рекурентного рівняння

Покажемо, що при деяких умовах можна знайти базис рекурентного рівняння

$$u_{n+k} = a_1 u_{n+k-1} + a_2 u_{n+k-2} + \dots + a_k u_n, \quad (10)$$

що складається з k геометричних прогресій з різними знаменниками.

З'ясуємо, при яких умовах деяка геометрична прогресія

$$x_1 = 1, x_2 = q, \dots, x_n = q^{n-1}, \dots, \quad (q \neq 0)$$

задовольняє рівнянню (10). Зауважуючи, що

$$x_{n+k} = q^{n+k-1}, x_{n+k-1} = q^{n+k-2}, \dots, x_n = q^{n-1}$$

і підставляючи ці величини в рівняння (10), одержимо:

$$q^{n+k-1} = a_1 q^{n+k-2} + a_2 q^{n+k-3} + \dots + a_k q^{n-1},$$

звідки

$$q^k = a_1 q^{k-1} + a_2 q^{k-2} + \dots + a_k. \quad (11)$$

Отже, геометрична прогресія тільки тоді може задовольняти рекурентному рівнянню (10) порядку k , коли знаменник прогресії q задовольняє

алгебраїчному рівнянню (12) ступеня k з тими ж коефіцієнтами, як і у рівнянні (10). Рівняння (13) називається *характеристичним* для рекурентного рівняння (10).

Таким чином, рекурентному рівнянню порядку k відповідає алгебраїчне рівняння ступеня k з тими ж коефіцієнтами – його характеристичне рівняння. Кожний з корінь характеристичного рівняння представляє собою знаменник геометричної прогресії, що задовольняє даному рекурентному рівнянню. У випадку, коли всіх корінь характеристичного рівняння різні, виходять k різних геометричних прогресій. У цьому випадку члени будь-якої послідовності, що задовольняє рекурентному рівнянню, можна одержати шляхом почленного додавання деяких із цих геометричних прогресій.

У роботі вивчені основні теоретичні відомості про рекурентні послідовності, наведені приклади таких послідовностей, також доведені деякі теореми.

Тема «Рекурентні послідовності» не є ізольованою. Вона близька до шкільного курсу математики (арифметична і геометрична прогресії, послідовності квадратів і кубів натуральних чисел і т.д.), використовується у вищій алгебрі, геометрії, математичному аналізі і інших математичних дисциплінах. Теорія рекурентних послідовностей становить особливу главу математичної дисципліни, називаної вирахуванням кінцевих різниць; вона являє собою окремий випадок глави про послідовності.

Література

1. [Graham, Ronald L.](#); [Knuth, Donald E.](#); [Patashnik, Oren](#) (1989). *Concrete Mathematics - A foundation for computer science. Advanced Book Program (1st ed.)*. Reading, MA,

УДК 519.1

Кольчак А. О.(студ., 2 курс)
Науковий керівник - доц. Г. В. Даниліна
ВНЗ Криворізький фаховий коледж Національного авіаційного університету
(Кривий Ріг)

ГРАТЧАСТІ ШЛЯХИ ТА ЇХНІ ЗАСТОСУВАННЯ

Шляхи на цілочисельних ґратках, як відомо [1]-[3], є моделями для різноманітних об'єктів та задач у комбінаториці, теорії ймовірностей, формальній граматиці тощо. Використання шляхів на ґратках, які також називають траєкторіями, розпочалося із методу відображень, введеним D. André у 1887 р. Пізніше метод траєкторій став широко використовуватись у комбінаториці та її різноманітних застосуваннях. У згаданих дослідженнях йшлося про підрахунок найкоротших шляхів між певними вузловими точками ґратки. Саме такі шляхи і називаються траєкторіями. Назву «метод траєкторій» стали вживати у 50-і роки минулого століття після серії праць академіка АН УРСР Б. В. Гнеденка та його учнів. Названим методом колективом співробітників під керівництвом Б. В. Гнеденка було розв'язано ряд складних задач математичної статистики, зокрема пов'язаних із контролем якості продукції та із дослідженням розбіжності двох розподілів ймовірностей випадкової величини.

Перерахування ґратчастих шляхів [5] (*Lattice path enumeration*) присвячено велику кількість праць спеціалістів у різних розділах математики, а також у комп'ютерних науках [1]-[3]. Відома геометрична інтерпретація [4; 7] біномного коефіцієнта C_n^m – ламана (траєкторія) T , що сполучає початок координат $O(0; 0)$ із точкою $B(m; n-m)$ (рис. 1. а).

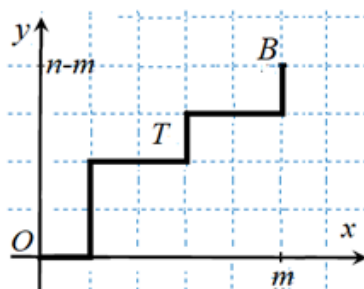


Рис. 1 а)

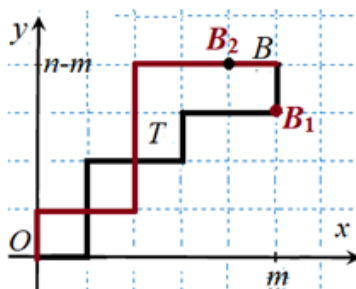


Рис. 1 б)

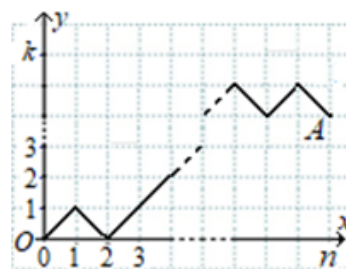


Рис. 1 в)

Із геометричної інтерпретації біномного коефіцієнта одразу випливає відома рівність (тотожність) $C_n^m = C_n^{n-m}$. Найпростішою комбінаторною тотожністю, якій можна надати геометричну (траєкторну) ілюстрацію є така тотожність: $C_n^m = C_{n-1}^m + C_{n-1}^{m-1}$ (рис. 1. б). На рис. 1. в) зображено іншу версію ґратчастого шляху.

У цій доповіді розглянемо шляхи на цілочислових ґратках, якими можна змодельовати відомі задачі «на логіку», а саме – задачі на переливання. Розглянемо задачу.

Задача. Як за допомогою трьох посудин місткістю відповідно 5, 7 та 12 літрів відміряти 1 літр води?

Розв'язання. Процес переливання може бути, наприклад, таким:

12 л	12	7	7	2	2	9	9	4	4
5 л	0	5	0	5	3	3	0	5	1
7 л	0	0	5	5	7	0	3	3	7

Його зображено на рисунках 2а) та 2б) ламаною лінією $A_1(12, 0, 0) \rightarrow A_2(7, 5, 0) \rightarrow A_3(7, 0, 5) \rightarrow A_4(2, 5, 5) \rightarrow A_5(2, 3, 7) \rightarrow A_6(9, 3, 0) \rightarrow A_7(9, 0, 3) \rightarrow A_8(4, 5, 3) \rightarrow A_9(4, 1, 7)$. Ця лінія не є траєкторією у комбінаторному розумінні, оскільки не є найкоротшим шляхом, але застосування таких ламаних очевидне: кожна із ланок ламаної відповідає певній дії у задачі на переливання.

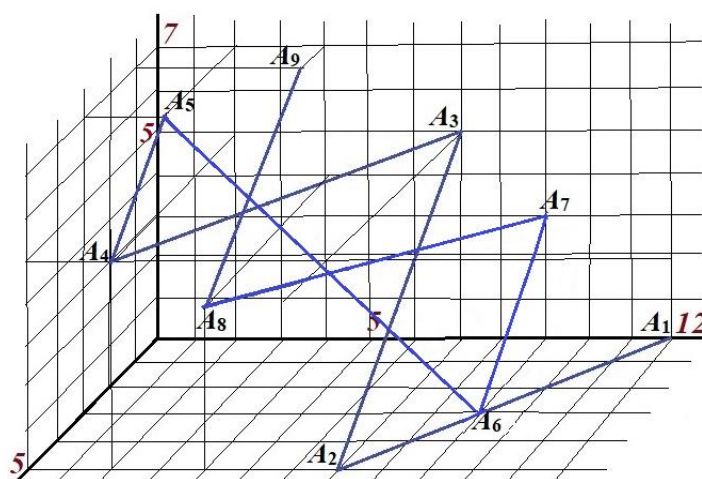


Рис. 2а)

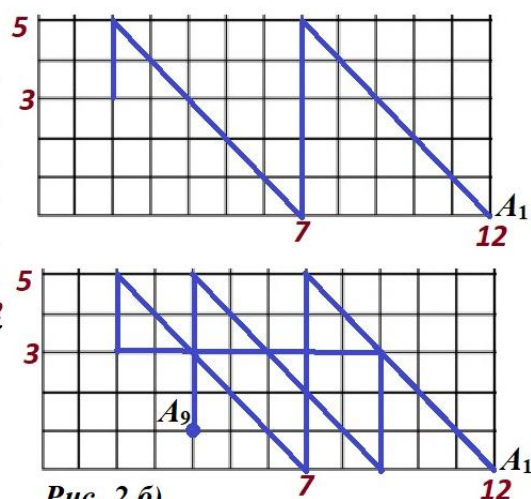


Рис. 2 б)

Розглянемо застосування просторових траєкторій (рис. 3) для доведення комбінаторної тотожності. Кожна траєкторія OM (рис. 3) перетне площину π , що проходить паралельно до площини Oxz між площинами $y = k$ та $y = k + 1$. Траєкторій, що сполучають точку O з точкою $A(s_1; k; s_3)$ всього існує $P_{s_1+s_3+k}(s_1, k, s_3)$.

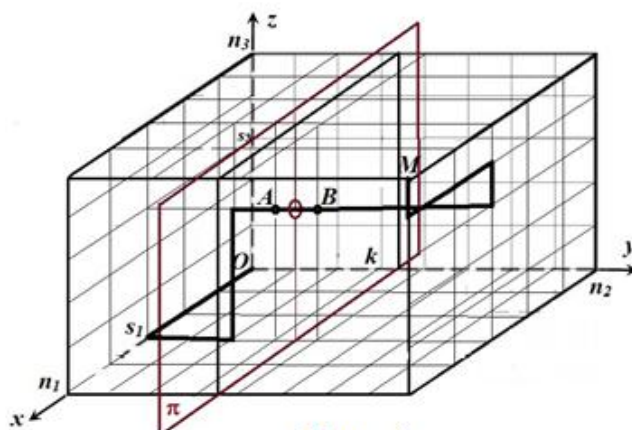


Рис. 3

Траєкторій, що сполучають точку $B(s_1; k + 1; s_3)$ $M(n_1; n_2; n_3)$ існує $P_{n_1+n_3+k-s_1-s_3-1}(n_1 - s_1 - 1, k + 1, n_3 - s_3 - 1)$. За правилом добутку маємо кількість траєкторій

$$P_{s_1+s_3+k}(s_1, k, s_3) \cdot P_{n_1+n_3+k-s_1-s_3-1}(n_1 - s_1 - 1, k + 1, n_3 - s_3 - 1),$$

що містять ланку AB . За правилом суми отримуємо таку тотожність:

$$\sum_{i_1=0}^{n_1} \sum_{i_3=0}^{n_3} P_{i_1+i_3+k}(i_1, k, i_3) \cdot P_{n_1+n_3+k-i_1-i_3-1}(n_1-i_1-1, k+1, n_3-i_3-1) = \\ = P_{n_1+n_2+n_3}(n_1, n_2, n_3).$$

Переписавши останню тотожність для біномних коефіцієнтів, дістанемо:

$$\sum_{i_1=0}^{n_1} \sum_{i_3=0}^{n_3} C_{i_1+i_3+k}^{i_1} \cdot C_{i_3+k}^{i_3} \cdot C_{n_1+n_3+k-i_1-i_3-1}^{n_1-i_1} \cdot C_{n_3+k-i_3-1}^{n_3-i_3} = C_{n_1+n_2+n_3}^{n_1} \cdot C_{n_2+n_3}^{n_2}.$$

Зауважимо, що із розглядуваними тут траєкторіями пов'язані шляхи Діка та шляхи Моцкіна, що широко застосовуються у формальних граматиках. Подальші дослідження стосуватимуться побудові та підрахунку шляхів Моцкіна у тривимірному просторі.

Анотація. Розглянуто деякі задачі, пов'язані із перерахунком та побудовою шляхів на цілочисельних ґратках: доведення комбінаторних тотожностей, задачі на переливання.

Ключові слова: комбінаторні тотожності, шляхи на ґратках, задачі на переливання.

Література

1. Cameron, N., Nkwanta, A. Riordan Matrices and Lattice Path Enumeration. *Notices of the American Mathematical Society*. 2023. Vol. 70. No. 2. P. 231-243. URL: <https://www.ams.org/journals/notices/202302/rnoti-p231.pdf>.
2. Felsne S., and Heldt D. Lattice Path Enumeration and Toeplitz Matrices. *Journal of Integer Sequences*, 2015. Vol. 18. Article 15.1.3. P. 1-16. URL: <https://studylib.net/doc/10376093/lattice-path-enumeration-and-toeplitz-matrices>.
3. Frank R. B. Catalan, Motzkin, and Riordan numbers. *Discrete Mathematics*. 1999. 204. P. 73-112.
4. Гуцалюк С. П., Рашевська А. М., Шиян В. О. Візуалізація задач комбінаторики та метод траєкторій. 2020. URL: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/pmovc/pmovc20/paper/viewFile/10433/8736>.

Мирошниченко М. О. (студ., 1 курс)

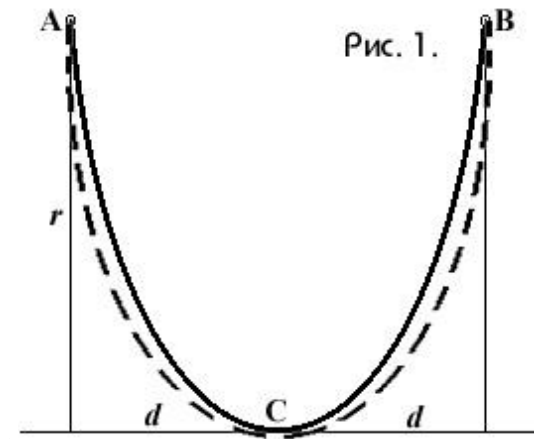
Науковий керівник – доц. Вишневецький О. Л.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ЛАНЦЮЖОК ГАЛІЛЕЯ

У книзі Галілея «Бесіди і математичні докази ...», надрукованій вперше на італійській мові в голландському місті Лейдені в 1638 р., пропонувався, між іншим, такий спосіб побудови параболи: «Заб'ємо в стіну два цвяха на

однаковій висоті над горизонтом і на такій відстані один від одного, щоб він дорівнював подвійній ширині прямокутника, на якому бажано побудувати півпараболу; між одним і іншим цвяхом підвісимо тонкий ланцюжок, яка звисав би вниз і був такої довжини, щоб найнижча точка її перебувала від рівня цвяха на відстані, рівному висоті прямокутника (рис. 1)



Ланцюжок цей, звисаючи, розташується у вигляді параболи, так що, зазначивши її слід на стіні пунктиром, ми отримаємо параболу, розсічену навіпіл перпендикуляром, проведеним через середину лінії, що з'єднає обидва цвяха». Спосіб цей простий і наочний, але не точний. Це розумів і сам Галілей. Насправді, якщо параболу побудувати за всіма правилами, то між нею і ланцюжком виявляться зазори. Вони видно на тому ж рис. 1, де відповідна параболу позначена суцільною лінією.

Ланцюгова лінія.

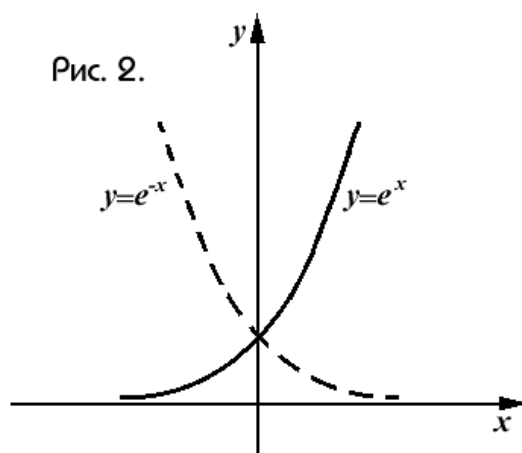
Тільки через півстоліття після виходу книги Галілея старший з двох братів-математиків Бернуллі - Якоб знайшов чисто теоретичним шляхом точну формулу провисаючого ланцюжка. Не поспішаючи повідомляти своє рішення задачі, він кинув виклик іншим математикам. Правильне рішення опублікували вже в наступному 1691г. Християн Гюйгенс, Готфрід Вільгельм Лейбніц і молодший брат Якоба - Йоганн Бернуллі. Всі вони користувалися для вирішення завдання, по-перше, законами механіки, а по-друге, могутніми засобами недавно розробленого тоді математичного аналізу

- похідною і інтегралом. Гюйгенс назвав криву, по якій розташовується ланцюжок, підвішена за два кінця, ланцюговою лінією.

Так як ланцюжки бувають різної довжини, та й кінці їх можуть підвішуватися на різних відстанях один від одного - то ближче, то далі, то і ланцюгових ліній існує не одна, а багато. Але всі вони подібні між собою, як, наприклад, подібні між собою будь-які кола.

Графік показникової функції.

Виявилося, що розгадка секрету ланцюгової лінії лежить в показниковій функції. У XVIII столітті вона була ще новинкою, а тепер її повинен знати кожен восьмикласник. Це функція виду $y = a^x$, де a - будь-яке додатне число, не рівне 1. Обчислення показали, що для побудови ланцюгової лінії найзручніше прийняти a рівним так званому неперову числу, що позначається буквою e . Воно отримало своє ім'я на честь шотландського математика Джона Непера - одного з винахідників логарифмів. Число це майже настільки ж відомо, як і число π , його наближене значення, взяте з точністю до 0,0005, $e \approx 2,718$



На рис. 2 суцільною лінією зображено графік показникової функції $y = e^x$, а пунктиром - графік іншої показникової функції, тісно пов'язаної з попередньою. Якщо скористатися від'ємними показниками степенів, то останню функцію можна представити у вигляді $y = e^{-x}$. Тепер ясно, що обидва графіка симетричні одна одній щодо осі ординат, що і виявляє малюнок. Утворимо тепер дві нові функції, беручи для кожного x або полусуму значень цих

показникових функцій - отримаємо $y = 1/2 (e^x + e^{-x})$, або їх піврізницю: $y = 1/2 (e^x - e^{-x})$. Графіки цих нових функцій наведені на рис. 3 і рис. 4.

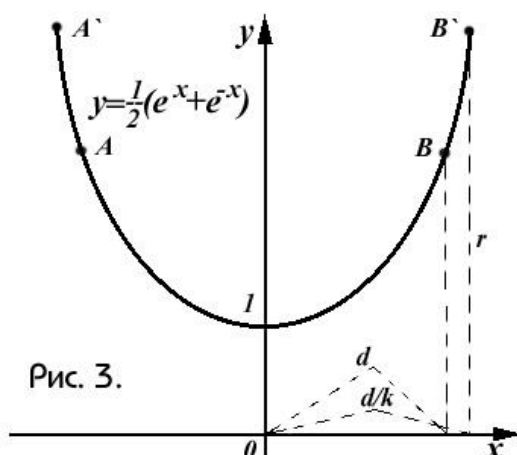


Рис. 3.

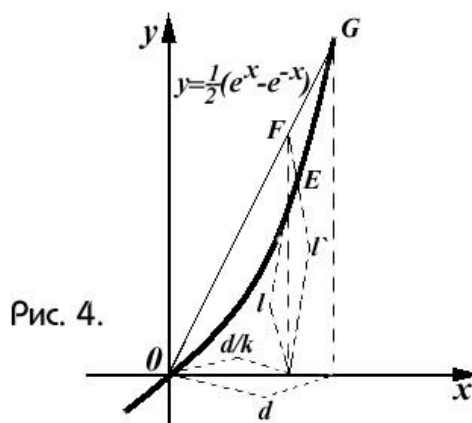


Рис. 4.

Виявляється, що перший з них це і є одна з ланцюгових ліній. З нього шляхом простих перетворень можна отримати будь-яку ланцюгову лінію, симетричну щодо осі ординат. Що стосується графіка, представленого на рис. 4, то він може бути використаний як допоміжний засіб при переході від ланцюгової лінії рис. 3 до більш загального випадку ланцюгової лінії.

Підбір довжини ланцюжка.

Розглянемо докладніше зв'язок між кривою, зображеною на рис. 3, і формою ланцюжка, який висить. Уявімо собі, що ця крива викреслена на строго вертикальній і абсолютно гладкій стіні і що нам дозволено забивати цвяхи в різні точки кривої. Заб'ємо їх, як радив Галілей, в точках A і B на одній горизонталі (втім, ця умова несуттєва). Підберемо тепер тонкий ланцюжок, довжина якої точно дорівнює $2l$ - довжині дуги AB - і кінці її закріпимо в A і B. Тоді ланцюжок провісне строго по дузі, яку ми заздалегідь намалювали. Ніяких зазорів між нею і цією кривою буде спостерігатися.

Підбір ланцюжка потрібної довжини можна робити шляхом спроб. Взяти ланцюжок найкраще із запасом, а потім підвішувати його за різні ланки в точках A і B, у міру потреби збільшуючи або зменшуючи довжину провисаючої частини, поки не відбудеться збігу (рис. 5). Але можна зробити й інакше: знаючи d (половину відстані між цвяхами), знайти шляхом

$$l = 1/2 (e^d - e^{-d}) < r = 1/2 (e^d - e^{-d})$$

Рис. 5.

$y = \frac{I}{2}(e^{-x} + e^x)$

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Фізичні процеси в транспортних технологіях не завжди можна досліджувати на реально діючих об'єктах. Їх дослідження на математичних моделях дає змогу знайти шляхи для підвищення ефективності транспортних технологій. Такий вид дослідження уможливорює вивчення складних задач у транспортних системах та технологіях не в реальних умовах, а в

математичній лабораторії: Це дає змогу отримати інформацію про реальні фізичні процеси та підвищити ефективність об'єктів транспорту не за рахунок отримання результатів без проведення натурних експериментів, а за допомогою математичного моделювання із застосуванням сучасних програмних засобів. Таким чином, моделювання завжди доцільне, оскільки дає можливість відтворення самого об'єкта дослідження в лабораторному або обчислювальному експерименті.

У макроскопічних моделях транспортний потік подібний до руху стислої рідини або газу. Цей вид моделювання застосовується для опису руху транспорту на значних відстанях, тобто на набагато більших розмірах транспортної мережі, ніж розмір транспортного засобу. В цих моделях критеріями оцінки транспортного потоку виступають густина транспортного потоку, його швидкість та інтенсивність. У цих умовах модель поведінки всіх водіїв однакова.

До макроскопічних моделей належать: модель Лайтхілла–Візема–Річардса, модель Танака, модель Візема, модель Пейна.

Модель Лайтхілла–Візема–Річардса. У цій макроскопічній моделі односмугового транспортного потоку потік автомобільних транспортних засобів розглядається як потік одновимірної стислої рідини [1].

У моделі передбачаються такі припущення:

1. Існує взаємна однозначна залежність (рівняння стану) між швидкістю $v(x,t)$ та густиною $\rho(t, x)$ потоку.
2. Виконується закон збереження маси (кількості транспортних засобів).

Запис $\rho(t, x)$ означає кількість транспортних засобів на одиницю довжини дорожнього полотна у момент часу t в околі точки траси з координатою x . Аналогічно, $v(t, x)$ – швидкість АТЗ у момент часу t в околі точки траси з координатою $x(t)$.

Перше припущення виражається умовою:

$$v(t, x) = V(\rho(t, x)),$$

де $\rho(t, x)$ – кількість транспортних засобів на одиницю довжини дорожнього полотна (густина транспортного потоку), d - момент часу t в околі точки траси з координатою $x(t)$, $V(\rho)$ – функціональна залежність швидкості транспортного потоку від густини транспортного потоку.

Щодо функції $V(\rho)$ робиться припущення:

$$V'(\rho) < 0,$$

де $V'(\rho)$ – похідна функції швидкості.

Нехай $Q(\rho)$ – інтенсивність потоку транспортних засобів (кількість транспортних засобів, що проходять в одиницю часу через заданий перетин дорожнього полотна:

$$Q(\rho) = \rho V(\rho),$$

де ρ – густина транспортного потоку; $V(\rho)$ – швидкість транспортного потоку.

Залежність $Q(\rho)$ часто називають фундаментальною (основною) діаграмою. Для односмугового потоку прийнято вважати, що

$$Q''(\rho) < 0,$$

де $Q''(\rho)$ – друга похідна інтенсивності потоку транспортних засобів.

Цю умову можна розуміти так: рух двома однаковими і незалежними смугами з різною густиною менш «ефективний», ніж рух цими смугами з однаковою густиною, рівною середньому арифметичному початкових густин.

Друге припущення виражається законом збереження маси (кількості транспортних засобів):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial Q(\rho)}{\partial x} = 0,$$

де $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ - частинна похідна густини транспортного потоку; $\frac{\partial Q(\rho)}{\partial x}$ -

частинна похідна інтенсивності транспортного потоку.

Модель Танака. У цій моделі розглядається односмуговий потік транспортних засобів [2]. Нехай швидкість автотранспортного засобу (АТЗ) не може перевищувати $v_{\max}$. Густина транспортного потоку:

$$\rho(v) = \frac{1}{d(v)},$$

де $d(v) = L + c_1 v + c_2 v^2$ - середня (безпечна) відстань між АТЗ із заданою швидкістю руху потоку; L - середня довжина АТЗ; c_1 - час, що характеризує реакцію водіїв; c_2 - коефіцієнт пропорційності гальмівному шляху.

Незважаючи на свою простоту, модель Танака має дуже важливе значення у сучасних дослідженнях транспортних потоків.

Модель Візема. У цій моделі ураховується «далекозорість» водіїв [3]:

$$v(t, x) = V(\rho(t, x)) - \frac{D(\rho(t, x))}{\rho(t, x)} \frac{\partial \rho(t, x)}{\partial x}, D(\rho) > 0,$$

де $V(\rho(t, x))$ - швидкість транспортного засобу; $\rho(t, x)$ - густина транспортного потоку; t - час; x - координата транспортного полотна.

З урахуванням закону збереження кількості АТЗ:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (v\rho)}{\partial x} = 0,$$

де ρ - густина транспортного потоку; t - час; v - швидкість транспортного потоку; x - координата транспортного полотна.

Модель Пейна. Цю модель викладено у праці [3]. Її можна розуміти як закон збереження кількості автомобільних транспортних засобів, в якому не передбачається залежність швидкості від густини:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (v\rho)}{\partial x} = 0,$$

де ρ – густина транспортного потоку; t – час; v – швидкість транспортного потоку; x – координата транспортного полотна.

Для швидкості розглядається відповідне рівняння як прагнення реальної швидкості v до бажаної швидкості:

$$\frac{d}{dt}v = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\tau} \left(v - \left(V(\rho) - \frac{D(\rho)}{\rho} \right) \right),$$

де v – швидкість транспортного потоку; t – час; τ – показник, що характеризує швидкість прагнення; x – координата транспортного полотна.

Анотація. У роботі здійснено аналіз макроскопічних математичних моделей транспортних потоків, що закладені в основу функціонування сучасних систем керування транспортними потоками і засновані на математичному, програмному і інформаційному підґрунті.

Ключові слова: математичні моделі транспортних потоків, макроскопічні моделі, модель Лайтхілла–Візема–Річардса, модель Танака, модель Візема, модель Пейна.

Література

1. Lighthill M. J. On kinematic waves: II. Theory of traffic flow on long crowded roads / M. J. Lighthill, G. B. Whitham // Proc. R. Soc. London. – 1955. Ser. A. – V. 229. – P. 281–345.
2. Traffic flow theory: A state-of-the-art report / editors Gartner N. H., Messer C. J., Rathi A. K. – Washington DC : Transportation Research Board, 2001.
3. Моделювання в транспортних технологіях. Частина I : монографія / за ред. А. В. Сохацького. – Дніпро : УМСФ, 2022. – 182 с.

УДК 656.07:629.3:519.63

Осінній В.С. (студ., 2 курс)

Рудик І.І. (студ., 2 курс)

Науковий керівник – доц. Гадецька С.В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

АНАЛІЗ ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ ЗАСОБАМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Моделювання у галузі транспорту застосовується у багатьох видах досліджень: від розрахунку необхідності побудови або реставрації доріг до оптимізації потоків транспортних засобів. Такого широкого застосування цей

вид досліджень у транспортних системах набув саме через складність побудови дослідного зразка або організації експерименту.

До моделювання вдаються у тих випадках, коли досліджувані системи не можна аналізувати за допомогою прямих або формальних аналітичних методів. Існує також низка інших причин, що змушують застосовувати до моделювання, більшість із яких справедлива у випадку моделювання транспортних систем. Наприклад, під час розробки нового дорожньо-транспортного вузла у проектувальника завжди виникають питання щодо того, який режим руху сформулює нова геометрія дороги, чи буде забезпечено достатню пропускну здатність у «вузьких» місцях дороги, чи буде рух транспортних засобів відповідати нормам безпеки тощо. У побудові нової дороги або реконструкції старої ділянки автомагістралі кожен проект має пройти узгодження на багатьох рівнях. У такому разі перед проектною організацією постає завдання об'єктивно та доступно представити проект.

Теорія транспортних потоків має широке застосування і містить такий перелік завдань: розрахунок параметрів наявних транспортних потоків; розрахунок необхідного забезпечення транспортом міст, регіонів, окремих підприємств; оцінка різноманітних дорожньо-транспортних ситуацій та варіантів розвитку транспортної інфраструктури за заданою системою показників, що дає можливість керувати транспортними потоками на основі порівняння кількісних значень, що уможливорює підвищувати якість транспортних технологій; оцінка роботи транспортних мереж різноманітних масштабів у цілому за розробленою системою показників якості, до цих показників належать забезпеченість транспортом, транспортна доступність, ефективність його функціонування тощо; систематизація та наочне подання даних функціонування транспортної системи міста, регіону, країни; математичне моделювання транспортних потоків; прогнозування: транспортної потреби, пасажиропотоків та вантажопотоків, інтенсивності руху на певних ділянках мережі; техніко-економічне обґрунтування

можливих інвестиційних проєктів у розвиток транспортної інфраструктури регіону, модель якого відтворюється: будівництво або реконструкція доріг; реорганізація роботи громадського транспорту; будівництво великих промислових, торговельних, розважальних об'єктів на території регіону, що моделюється з погляду можливості виникнення транспортних проблем (аварій, заторів, зниження пропускної здатності тощо); легковий транспорт; вантажний транспорт; оптимізація потоків: громадського транспорту: вантажного і легкового; оптимізація потоків пасажирів, що використовують громадський транспорт, і пішоходів: розрахунок обсягів перевезень за видами транспорту; оцінка собівартості громадського транспорту; аналіз геометрії мережі громадського транспорту та оцінка її доступності; оптимізація інтервалів руху транспорту і розкладів руху транспорту; обґрунтування введення нових маршрутів та відмови від наявних.

Таким чином, сфера застосування транспортного моделювання широка та багатогалузева, а дослідження у даному напрямі є перспективними і затребуваними.

Наведемо основні переваги математичного моделювання над іншими видами дослідження:

- побудова моделі – зручний спосіб накопичення необхідних даних, що дає змогу отримати інформацію про характеристики транспортних потоків та функціонування дорожніх споруд;

- моделювання складних процесів руху транспорту уможливорює визначити, які змінні є важливими і яким чином вони взаємопов'язані. В остаточному підсумку це може допомогти виведенню аналітичних виразів;

- у деяких задачах потрібна інформація про розподіл вихідної величини, наприклад, кількість автомобілів у черзі, а не лише знання середніх значень та дисперсії;

- моделювання може виконуватись для перевірки неоднозначного аналітичного рішення;

- моделювання дешевше багатьох інших експериментів;

- моделювання дає інтуїтивне уявлення про досліджувану транспортну систему;

- моделювання – безпечний метод дослідження. Воно уможливорює вивчення впливу заходів з регулювання руху на існуючих магістралях. Ефект установа світлофорів та дорожніх знаків, обмежень швидкості руху та регулювання руху на в'їздах і виїздах – усе це можна детально дослідити, не створюючи незручностей водіям та пішоходам. Моделювання допомагає завчасно визначити вплив збільшення інтенсивності транспортного потоку на дорожні споруди та учасників дорожнього руху. З'являється можливість передбачити місце потенційних перевантажень і дорожньо-транспортних пригод та здійснити необхідні зміни у конструкції дороги або дорожньої споруди.

У більшості випадків цілі, що ставляться у моделюванні процесу руху автомобілів, чітко сформульовані та дають змогу отримати добрі результати. Моделювання є ідеальним методом дослідження транспортних потоків та передбачення стану процесів на транспортно-дорожній інфраструктурі.

Моделювання транспортних потоків історично почало розвиватися за двома напрямками: детерміністичним та стохастичним.

В основі детермінованих моделей лежить функціональна залежність між окремими параметрами руху (швидкість, дистанція, густина потоку транспортних засобів) [1]. У стохастичних моделях транспортний потік розглядається як імовірнісний процес [2].

Нині існують різноманітні підходи до аналізу транспортних потоків у математичних моделях. Їх відмінність полягає у використовуваному математичному апараті, вихідних даних, об'єктах руху.

Математичні моделі руху автомобільних транспортних засобів можуть бути дуже різноманітними: від диференціальних рівнянь з частинними похідними, засобів сучасної математичної фізики до створення ігрових комп'ютерних моделей. Сучасна комп'ютерна техніка дає змогу отримувати

демонстраційні моделі транспортних потоків, що рухаються мережею вулиць з перехрестями. Крім математичних моделей, що побудовані на основі рівнянь математичної фізики, розроблено також чіткі ймовірнісні підходи до транспортних мереж.

Класифікацію моделей транспортних потоків можна подати за різними критеріями опису. Наприклад, їх можна класифікувати за подібністю фізичних процесів. Так, моделі транспортних потоків можна поділити на види: математичні моделі на основі рівнянь математичної фізики; математичні моделі на основі ймовірнісних підходів. Зі свого боку, моделі першої групи поділяються на макроскопічні та мікроскопічні моделі.

***Анотація.** У роботі здійснено огляд проблем транспортних потоків, які вирішуються засобами математичного моделювання. Проаналізовано потреби та доцільність розробки математичних моделей транспортних потоків.*

***Ключові слова:** математичні моделі транспортних потоків, параметри потоків, оптимізація інтервалів руху.*

Література

1. Моделювання в транспортних технологіях. Частина I : монографія / за ред. А. В. Сохацького. – Дніпро : УМСФ, 2022. – 182 с.

2. Збір, обробка і оцінка інформації в ході дослідження транспортних і пішохідних потоків на перетинах міських магістралей на різних рівнях та підходах до них [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://bespalov.me/2012/02/22/zbir-brobka-i-ozinka-informazii>

Попова Д. О.(студ., 1 курс)

Науковий керівник – доц. Михайленко І. В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

НАУКОВА СПАДЩИНА «КОРОЛЯ МАТЕМАТИКИ» КАРЛА ФРІДРІХА ГАУССА

Карл Фрідріх Гаусс - один з найвидатніших математиків в історії. Його наукова спадщина включає в себе значні досягнення в різних галузях математики, фізики, астрономії та інших наук. Ця доповідь розгляне життя та внесок Гаусса у розвиток науки, зосереджуючись на його вкладі в математику.

Карл Фрідріх Гаусс народився 30 квітня 1777 року в місті Бремен, Німеччина. Він проявив надзвичайний математичний таланти у дитинстві, розв'язуючи складні проблеми ще до навчання в школі. У 1784 році Карла віддали до народної школи. Саме в цьому закладі учитель дав учням досить складне завдання з арифметики: відшукати суму деякої кількості натуральних послідовних чисел. Учитель вважав, що учні досить довго шукатимуть відповідь. Але через кілька хвилин Карл розв'язав задачу. Коли вчитель проглянув розв'язання, то побачив, що малий Гаусс винайшов спосіб скороченого знаходження суми членів арифметичної прогресії. За порадою товариша, Карл почав вивчати твори великих математиків, ознайомився з теорією бінома, властивостями деяких рядів, тощо.

Після навчання в школі, Гаусс перейшов до гімназії відразу в другий клас. У гімназії виявились інші його здібності – до оволодіння грецькою і латинською мовами. Саме в цей період юнака представили герцогу Брауншвейгському, який надалі опікувався його навчанням. По закінченні гімназії Гаусс у 1792 р. вступив до Каролінської колегії, де продовжував вивчати стародавні мови та математичні дисципліни. На цей період припадає його знайомство з творами Леонарда Ейлера, Жозеф-Луї Лагранжа та Ісаака Ньютона. Епохальний твір Ньютона «Математичні начала натуральної філософії» справив на Гаусса глибоке враження і запалив у ньому негасимий потяг до математичних досліджень.

У 1795 р. Гаусс винайшов так-званий метод найменших квадратів, що став основою для розвитку геодезії; у 1796 р. розв'язав класичну задачу про поділ кола, з якої випливала побудова правильного 17-кутника, і написав фундаментальну працю «Арифметичні дослідження».

Як відомо, ще за часів Евкліда (III ст. до н. е.) задача про поділ кола була предметом досліджень багатьох учених, причому ще тоді було доведено, що за допомогою циркуля і лінійки можна побудувати правильні

многокутники, число сторін яких дорівнює: $3 \cdot 2^n$, $4 \cdot 2^n$, $5 \cdot 2^n$, $15 \cdot 2^n$, де n – будь-яке натуральне число. В 1796 р. Гаусс довів можливість побудови за допомогою циркуля і лінійки правильного 17-кутника. Більш того, він розв'язав проблему побудови правильних многокутників до кінця і знайшов критерій можливості побудови правильного n -кутника за допомогою циркуля і лінійки: якщо n – просте число, то воно повинне набути вигляду (числа Ферма). Цим відкриттям Гаусс дуже дорожив і заповідав зобразити на своїй могилі правильний 17-кутник, вписаний у коло [5].

Пізніше він вивчав університетську математику та філософію в університетах Геттінгену та Брауншвейгу. В 1799 році, Гаусс запропонував перший фундаментальний довідник до теорії чисел, який приніс йому міжнародне визнання. Це був лише початок його великого внеску в математику.

Шедевром Гаусса є його фундаментальна праця «Арифметичні дослідження» (латинською – «*Disquisitiones Arithmeticae*»), надрукована в 1801 році. У цій праці детально викладається теорія порівнянь у сучасних (введених ним) позначеннях, розв'язуються порівняння довільного порядку, глибоко досліджуються квадратичні форми, комплексні корені з одиниці використовуються для побудови правильних n -кутників, викладені властивості квадратичних залишків, наведене доведення квадратичного закону взаємності, тощо. Саме в цій роботі Гаусс написав, що математика – цариця наук, а теорія чисел – цариця математики.

Характерними рисами досліджень Гаусса є надзвичайна їх різнобічність і органічний зв'язок у них між теоретичною і прикладною математикою. Праці Гаусса мали великий вплив на весь подальший розвиток вищої алгебри, теорії чисел, диференціальної геометрії, класичної теорії електрики і магнетизму, геодезії, теоретичної астрономії. У багатьох галузях математики Гаусс активно сприяв підвищенню вимог до логічної чіткості доведень. «Арифметичні дослідження» присвячено окремим питанням теорії чисел і вищої алгебри. Постановка і розробка цих питань Гауссом визначили

подальший розвиток цих дисциплін. Гаусс докладно розвинув тут теорію квадратичних лишків, уперше довів квадратичний закон взаємності – одну з центральних теорем теорії чисел. У цьому творі він по новому докладно розробив теорію квадратичних форм, яку раніше описував Лагранж, виклав теорію поділу кола, яка багато в чому була прообразом теорії Галуа. Гаусс розробив загальні методи розв'язання рівнянь виду $x^n - 1 = 0$, а також встановив зв'язок між цими рівняннями і побудовою правильних багатокутників, а саме: знайшов усі такі значення n , для яких. правильний n -кутник можна побудувати циркулем і лінійкою, зокрема розв'язав у радикалах рівняння $x^{17} - 1 = 0$ і побудував правильний 17-кутник за допомогою циркуля і лінійки. Це було помітним досягненням на той час. Одночасно Гаусс склав величезні таблиці простих чисел, квадратичних лишків і нелишків, значень усіх дробів виду від $p=1$ до $p=1000$ у вигляді десяткових дробів, доводячи обчислення до повного періоду (що іноді потребувало обчислення кількох сотень десяткових знаків) [4].

Поза математикою, Гаусс також зробив значний внесок у фізику та астрономію. Він розробив теорію магнетизму та електромагнетизму, відому як "теорія Гаусса", яка є однією з основ електродинаміки. У сфері астрономії, Гаусс розробив методи астрономічних спостережень та обробки даних, які значно полегшили роботу астрономів. Він також відомий своїми роботами з теорії планет, розрахунком орбіт та прогнозуванням астрономічних явищ.

У 1836 р. вченому запропонували провести геодезичні вимірювання території Королівства Ганновер. Після підготовчих робіт, він особисто розпочав вимірювання та здійснював їх близько 14 років. Для їх проведення Гаусс виготовив новий, на той час, вимірювальний прилад – геліотроп, який дозволив йому виконати геодезичні знімання. Крім того, геодезична практика спонукала Гаусса до теоретичних досліджень, наслідком яких була низка публікацій, присвячених, як уже говорилося, методу найменших квадратів, який став основою для розвитку геодезії. Саме тому Карла Фрідріха Гаусса,

без перебільшення, можна вважати родоначальником сучасної геодезичної науки.

Висновки. Карл Фрідріх Гаусс завжди був великим джерелом натхнення для наступних поколінь математиків та вчених. Його методи, теорії та відкриття залишаються актуальними і сьогодні, і відображають величезний вплив, який він мав на розвиток науки. Карл Фрідріх Гаусс, відомий як "король математики", залишив незабутній слід у світі науки. Він вніс величезний внесок у різні галузі математики, фізики та астрономії, і його роботи є джерелом натхнення для наукового співтовариства і досі.

Література

1. Boyer, Carl B. A History of Mathematics. Wiley, 1991.
2. Dunnington, G. Waldo. Carl Friedrich Gauss: Titan of Science. The Mathematical Association of America, 2004.
3. Dunham, William. Journey through Genius: The Great Theorems of Mathematics. Wiley, 1991.
4. Карл Фрідріх Гаусс та роль його досліджень у розвиток геодезії. URL: <https://geodesy.udau.edu.ua/ua/novini/karl-fridrih-gauss-ta-rol-jogo-doslidzhen-u-rozvitku-geodezii.html>.
5. Карл Фрідріх Гаусс. URL: <http://wikipedia.ua.nina.az.html>.
6. McTutor History of Mathematics archive. «Carl Friedrich Gauss». URL: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Gauss/>.

УДК 27.01.09 : 004.92

Степура І. В. ст. лаборант
Інститут психології ім. Г.С. Костюка НАПН України, Київ

ТВОРЦІ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ : УКРАЇНСЬКИЙ ПОЧАТОК – СВІТОВИЙ РОЗВИТОК

Графічне комп'ютерне («машинне») моделювання – основа широкого кола завдань людської діяльності (автоматизоване проектування – САПР, дизайн, кіно-, TV- та анімаційні технології), тренажери та ігрова індустрія.

Історії алгоритмів графічного моделювання, що тісно пов'язана з апроксимацією функцій, уже більше ніж століття. Результати роботи машинної графіки видимі усім – від інтерфейсів цифрових пристроїв до складних ігор. Але широким колам української громадськості не дуже

відомо, що підвалини цього напрямку були закладені на наших землях, зокрема в Харкові, С.Н.Бернштейном та його учнями.

С.Н.Бернштейн (1880–1968) – український математик, член Академії наук УРСР та СРСР, Паризької академії наук. Основні роботи в царині теорії диференціальних рівнянь, теорії функцій, зокрема наближення функцій і теорії ймовірностей. Вчений навчався в університеті Сорбонна (Париж, 1899–1904), де в 1904 р. захистив докторську дисертацію. В 1907 – 1933 рр. працював в Харківському університеті, професор (1920–1933), керівник науково-дослідної кафедри прикладної математики. У 1928–1931 рр. – засновник та директор Українського інституту математичних наук (Харків), організатор наукової та математико-педагогічної діяльності в Україні тих часів.

Поліноми Бернштейна були побудовані математиком у 1912 р. та використані ним у конструктивному доказі апроксимаційної теореми Вейєрштраса [2]. Вона була сформульована (1895 р.): як встановлення можливості рівномірного наближення послідовністю многочленів безперервних на відрізку дійсної прямої функцій. Ця робота Вейєрштраса була відповіддю на тогочасну дискусію, щодо втрати значення аналітичного виразу функції в математиці й фізиці. Він відстоював думку, що довільна неперервна функція є границею многочленів. Розробляючи тематику поліномів, С.Н.Бернштейн заклав основи конструктивної теорії функцій, галузі, яка вивчає зв'язок між властивостями гладкості функції та її наближеннями поліномами. Пізніше з'ясувалося, що поліноми Бернштейна корисні в самих різних областях математики. Зокрема це задача апроксимації складних форм представлених в реальному світі, що не мають точного математичного представлення (воно невідоме або надто складне). Крива Безьє – параметрична крива (узагальнення – поверхня Безьє), яка використовується в інженерному проектуванні складних форм, а також в комп'ютерній графіці (дизайн, інтерфейси, шрифти). Побудова кривої Безьє

здійснюється за допомогою параметричного варіанта методу послідовних лінійних інтерполяцій, який називається алгоритмом Кастел'є. Кожна точка кривої Безьє є опуклою комбінацією полюсів. Керуючи полюсами, можна побудувати параметричну криву складного вигляду з потрібними властивостями. Математичну основу для кривих Безьє і складають поліноми Бернштейна. Довільний поліном в формі Бернштейна можна визначити через функції (базисні) його ж імені. Ці функції складають базис Бернштейна для множини всіх поліномів ступеня не вище n на відрізку $[0,1]$. Теоретично і практично було доведено, що геометричне моделювання гладких кривих та обводів тіл в параметричній формі доцільно ґрунтувати саме на поліномах Бернштейна. В літературі з історії науки багато пишуть про епопею, щодо секретності навколо кривих Безьє – патентування, публікацій, тощо. Винахідники кривих Безьє: П. де Кастельо та П.Безьє працювали на французькі автоконцерни Сітроен та Рено відповідно, щодо опису складних контурів корпусів автівок на межі 50-60-х рр. XX століття. Хоча набагато важливішими у той час були описи складних поверхонь у авіакосмічній галузі – зокрема лопаток авіадвигунів – і тут імена винахідників так і залишаються маловідомими, зважаючи уже на військову таємницю.

Наступним кроком стало запровадження в графічне моделювання сплайнів – це гладкі (мають кілька безперервних похідних) шматково-поліноміальні функції, які можуть бути використані для представлення функцій, заданих великою кількістю значень, для яких не доцільне застосування апроксимації одним поліномом [1]. Термін «сплайн» історичний і прийшов із суднобудування. Гнучкі металеві смуги, схожі на лінійку, так звані шліци, були обтяжені з обох боків і, отже, могли бути певною кривою. Декілька таких кривих поспіль утворювали шпангоути, які, у свою чергу, утворювали корпус корабля. Проблематику сплайнів з 1946 р. розробляв Ісаак Яков Шонберг [4]. Ним було помічено, що до абстрактних моделей типу сплайнів приводять розв'язки диференціальних рівнянь математичної фізики та техніки: деформація стрижня, теплообмін, дифузія,

змінний рух літальних апаратів при зміні тяги двигунів тощо. Великий внесок в теорію сплайнів вніс український математик М.П.Корнійчук. Були введені базисні сплайни (В-сплайни). В 1978 р. став відомим алгоритм Карла де Бура, де сплайнова крива визначається точками Де Бура за допомоги яких можна контролювати вигляд кривої. Крива лежить в опуклій оболонці точок Де Бура, тобто міститься в них. Тобто вибір окремих контрольних точок може надавати різний (раціональний) вплив на криву. Було доведено, що В-сплайни більш загальний випадок ніж криві Безьє (Д.Форест). А згодом обидва об'єкта були ще раз узагальнені до так званих «нерівномірних раціональних В-сплайнів» (відомі як NURBS) [3]. Це означає, що ви можете уявити будь-яку криву, і якщо ви додасте не один напрям (довжину), як у кривої, а другий (ширину), ви зможете побудувати будь-яку область. Теоретично ці області можуть бути як завгодно складними і великими, що теоретично розв'язують задачу морфогенезу. Але на практиці цю красиву теорію візуалізації важко втілити через складність розрахунків для такої моделі. Тому складніші області представляють декількома так званими патчами, розташованими поряд один з одним. У промисловому виробництві NURBS зараз використовується виключно для точної передачі форми об'єкту, що виготовляється (моделюється).

Коротко зауважимо про складні поверхні в психологічній та соціологічній науках. До цієї задачі призводять методи психосемантики. Це мапування внутрішнього світу людини через вивчення співвідношення як простих стимулів, так і складаних понять з породженням «індивідуалізованих» кривих та поверхонь в модельному 2D та 3D- просторі. Розглянута проблематика висвітлює дослідження математиків різних держав і часів для розв'язання завдань машинної графіки – це С.Н.Бернштейн, І.Я. Шонберг, П. де Кастельо та П.Безьє, К. Де Бур. Вивчення історії науки, що цінне як таке, має і педагогічне значення в викладанні математичних курсів, бо допомагає учням і студентам побачити як зв'язки різних галузей

математики, так їхній зв'язок з практикою, зокрема щодо напрямку творення технологій «віртуальної реальності», що все щільніше оточує людину сьогодення.

Анотація. В статті розглянута історія, витоки та взаємозв'язки наукових доробків математиків щодо створення теорії комп'ютерної графіки. Підкреслюється роль в цьому процесі українського математика С.Н.Бернштейна.

Ключові слова: машинна графіка, поліноми Бернштейна, крива Без'є, сплайни, апроксимація функцій.

Література

1. Сплайн-функції та їхнє застосування: навч. посіб. / Б. П. Довгий, А. В. Ловейкін, Є. С. Вакал, Ю. Є. Вакал. Київ: Київський ун-т, 2017. 120 с.
2. Bernstein, S. Démonstration du théorème de Weierstrass fondée sur le calcul des probabilités (Proof of the theorem of Weierstrass based on the calculus of probabilities) *Comm. Kharkov Math. Soc.*, 1912.13, 1–2, English translation. URL: https://www.mn.uio.no/math/english/people/aca/michaelf/translations/bernstein_english.pdf
3. Piegl, L., Tiller, W. The NURBS Book. Monographs in Visual Communication. Springer, 2000. 578 p.
4. Schoenberg, I.J. Contribution to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions. *Quart. Appl. Math.*, 4, 1946.

Тітула І. Д. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – доц. Вишневецький О. Л.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

МАТЕМАТИКА І ФІЛОСОФІЯ СТАРОДАВНЬОГО СВІТУ. МІЛЕТСЬКА ШКОЛА

Питання взаємозв'язку математики і філософії вперше було поставлено досить давно. Аристотель, Бекон, Леонардо да Вінчі - багато великих розумів людства займалися цим питанням і досягали визначних результатів. Це не дивно: адже основу взаємодії філософії з будь-якою з наук становить потреба використання апарату філософії для проведення досліджень у цій галузі; математика ж, безсумнівно, найбільше серед точних наук піддається філософському аналізу (через свою абстрактність). Поряд з цим прогресуюча математизація науки активно впливає на філософське мислення.

Спільний шлях математики та філософії почався у Стародавній Греції близько VI століття до н.е. Не стиснуте рамками деспотизму, грецьке

суспільство того часу було подібно до живильного розчину, на якому виросло багато, що дійшло до нас у сильно зміненому часом вигляді, проте зберігши основну, закладену греками ідею: театр, поезія, драматургія, математика, філософія. У цій роботі спробуємо простежити за процесом формування, розвитку та взаємного впливу математики та філософії Стародавньої Греції, а також навести різні точки зору на рушійні сили та результати цього процесу.

Відомо, що грецька цивілізація на початковому етапі свого розвитку відштовхувалася від цивілізації Стародавнього Сходу. Яка ж була математична спадщина, отримана греками?

З математиків, які дійшли до нас, можна зробити висновок, що в Давньому Єгипті були сильно розвинені галузі математики, пов'язані з вирішенням економічних завдань. Папірус Райнда (бл. 2000 до н.е.) починався з обіцянки навчити "досконалому і ґрунтовному дослідженню всіх речей, розумінню їх сутностей, пізнання всіх таємниць". Фактично викладається мистецтво обчислення з цілими числами і дробами, в яке присвячувалися державні чиновники для того, щоб вміти вирішувати широке коло практичних завдань, таких, як розподіл заробітної плати між відомою кількістю робітників, обчислення кількості зерна для приготування такої кількості хліба, обчислення поверхонь та обсягів тощо. Далі рівнянь першого ступеня та найпростіших квадратних рівнянь єгиптяни, мабуть, не пішли. Весь зміст відомої нам єгипетської математики переконливо свідчить, що математичні знання єгиптян призначалися для задоволення конкретних потреб матеріального виробництва та було не було серйозно бути пов'язані з філософією.

Математика Вавилону, як і єгипетська, була викликана до життя потребами виробничої діяльності, оскільки вирішувалися завдання, пов'язані з потребами зрошення, будівництва, господарського обліку, відносинами власності, обчисленням часу. Збережені документи показують, що,

ґрунтуючись на 60-річній системі числення, вавилоняни могли виконувати чотири арифметичні дії, були таблиці квадратних коренів, кубів і кубічних коренів, сум квадратів і кубів, ступенів даного числа, були відомі правила підсумовування прогресій. Чудові результати були отримані в області числової алгебри. Хоча вавилоняни і не знали алгебраїчної символіки, але розв'язання задач проводилося за планом, завдання зводилися до єдиного "нормального" вигляду і потім вирішувалися за загальними правилами, причому тлумачення перетворень "рівняння" не пов'язувалося з конкретною природою вихідних даних. Зустрічалися завдання, що зводяться до вирішення рівнянь третього ступеня та особливих видів рівнянь четвертого, п'ятого та шостого ступеня.

Якщо ж порівнювати математичні науки Єгипту і Вавилону за способом мислення, то неважко буде встановити їхню спільність за такими характеристиками, як авторитарність, некритичність, слідування традиції, вкрай повільна еволюція знань. Ці ж риси виявляються і у філософії, міфології, релігії Сходу. Там, де воля деспота вважалася законом, не було місця ні для мислення, що дошукується до причин і обґрунтувань явищ, ні тим більше для вільного обговорення.

Аналіз давньогрецької математики та філософії слід розпочати з мілетської математичної школи, яка заклала основи математики як доказової науки.

Мілетська школа

Мілетська школа - одна з перших давньогрецьких математичних шкіл, що істотно вплинула на розвиток філософських уявлень того часу. Вона існувала в Іонії наприкінці V – IV ст. до н.е.; основними діячами її були Фалес (бл. 624-547 рр. е.), Анаксимандр (бл. 610-546 рр. е.) і Анаксимен (бл. 585-525 рр. е.). Розглянемо з прикладу мілетської школи основні відмінності грецької науки від догрецької і проаналізуємо їх.

Якщо зіставити вихідні математичні знання греків з досягненнями єгиптян і вавилонян, то навряд чи можна сумніватися в тому, що такі

елементарні положення, як рівність кутів у підставі рівнобедреного трикутника, відкриття якого приписують Фалес Мілетський, не були відомі давньої математики. Тим не менш, грецька математика вже у вихідному своєму пункті мала якісне відмінність від своїх попередників.

Її своєрідність полягає насамперед у спробі систематично використовувати ідею доказу. Фалес прагне довести те, що емпірично було отримано і без належного обґрунтування використовувалося в єгипетській та вавилонській математиці. Можливо, у період найбільш інтенсивного розвитку духовного життя Вавилону та Єгипту, у період формування основ їх знань виклад тих чи інших математичних положень супроводжувався обґрунтуванням у тій чи іншій формі. Однак, як пише Ван дер Ваарден, "за часів Фалеса єгипетська і вавилонська математика давно вже були мертвими знаннями. Можна було показати Фалесу, як треба обчислювати, але вже невідомий був перебіг міркувань, що лежать в основі цих правил".

Греки вводять процес обґрунтування як необхідний компонент математичної дійсності, доказовість справді є відмінністю їх математики. Технікою доказу ранньої грецької математики як і геометрії, і у арифметиці спочатку була проста спроба надання наочності. Конкретними різновидами такого доказу в арифметиці було доказ за допомогою камінчиків, геометрії - шляхом накладання. Але сам факт наявності доказу свідчить, що математичні знання сприймаються не догматично, а процесі роздуми. Це, у свою чергу, виявляє критичний склад розуму, впевненість (можливо, не завжди усвідомлену), що роздумом можна встановити правильність або помилковість положення, впевненість у силі людського розуму.

Греки протягом одного-двох століть зуміли опанувати математичну спадщину попередників, накопиченого протягом тисячоліть, що свідчить про інтенсивність, динамізм їхнього математичного пізнання. Якісна відмінність досліджень Фалеса та її послідовників від догрецької математики проявляється й не так у конкретному змісті дослідженої залежності, як у

новому способі математичного мислення. Вихідний матеріал греки взяли у попередників, але спосіб засвоєння та використання цього матеріалу був новий. Відмінними рисами їх математичного пізнання є раціоналізм, критицизм, динамізм.

Ці ж риси характерні і для філософських досліджень мілетської школи. Філософська концепція і сукупність математичних положень формується за допомогою однорідного за своїми загальним характеристиками розумового процесу, якісно відмінного від мислення попередньої епохи. Як же сформувався цей новий спосіб сприйняття дійсності? Звідки бере свій початок прагнення до наукового знання?

Ряд дослідників оголошує зазначені вище характеристики розумового процесу "вродженими особливостями грецького духу". Однак це посилення нічого не пояснює, тому що незрозуміло, чому той же "грецький дух" після епохи еллінізму втрачає свої якості. Можна спробувати пошукати причини такого світорозуміння у соціально-економічній сфері.

Іонія, де проходила діяльність мілетської школи, була досить розвиненою в економічному відношенні областю. Тому саме вона насамперед вступила на шлях скинення первіснообщинного ладу та формування рабовласницьких відносин. У VIII-VI ст. до н.е. земля все більше зосереджувалася в руках великої родової знаті. Розвиток ремісничого виробництва та торгівлі ще більшою мірою прискорювало процес соціально-майнового розшарування. Відносини між аристократією і демосом стають напруженими; згодом ця напруженість переростає у відкриту боротьбу влади. Калейдоскоп подій у внутрішньому житті, не менш мінлива зовнішня обстановка формують динамізм, жвавість суспільної думки.

Напруженість у політичній та економічній сферах призводить до зіткнень у сфері релігії, оскільки демос ще не сумніваючись у тому, що релігійні та світські встановлення вічні, оскільки дані богами, вимагає, щоб вони були записані та стали загальнодоступними, бо правителі спотворюють божественну волю і тлумачать її по-своєму. Однак неважко зрозуміти, що

систематичний виклад релігійних і міфологічних уявлень (спроба такого викладу була дана Гесіод) не могло не завдати серйозного удару релігії. При перевірці релігійних вигадок логікою перші, безсумнівно, здалися б конгломератом безглуздостей.

З усього переліченого ще не можна з великою впевненістю стверджувати, що саме вплив світогляду стало вирішальним чинником виникнення доказів. Адже не виключено, що це сталося з інших причин: потреб виробництва, запитів елементів природознавства, суб'єктивних спонукань дослідників. Однак можна переконатися, що кожна з цих причин не змінила принципово свого характеру в порівнянні з догрецькою епохою безпосередньо не призводить до перетворення математики на доказову науку. Наприклад, задоволення потреб техніки було цілком достатньо практичної науки древнього Сходу, у справедливості положень якої можна було переконатися емпірично. Сам процес виявлення цих положень показав, що вони дають достатню для практичних потреб точність.

Можна вважати одним із спонукальних мотивів виникнення докази необхідність осмислення та узагальнення результатів попередників. Однак і цьому фактору не належить вирішальна роль, тому що, наприклад, існують теорії, які сприймаються нами як очевидні, але отримали суворе обґрунтування в античній математиці (наприклад, теорія подільності на 2).

Поява потреби докази в грецькій математиці отримує задовільне пояснення, якщо врахувати взаємодію світогляду в розвитку математики. Щодо цього греки істотно відрізняються від своїх попередників. У їхніх філософських і математичних дослідженнях проявляються віра з людського розуму, критичне ставлення до досягнень попередників, динамізм мислення. У греків вплив світогляду перетворився на стримуючий чинник математичного пізнання на стимулюючий, на дієву силу прогресу математики.

У тому, що обґрунтування набуло саме форми доказу, а не зупинилося на емпіричній перевірці, вирішальною є поява нової, світоглядної функції науки. Фалес та її послідовники сприймають математичні досягнення попередників передусім задоволення технічних потреб, але наука їм - щось більше, ніж апарат на вирішення виробничих завдань. Окремі, найбільш абстрактні елементи математики вплітаються в натурфілософську систему і виконують роль антиподу міфологічним і релігійним віруванням. Емпірична підтверджуваність для елементів філософської системи була недостатньою в силу спільності їхнього характеру і убогості фактів, що їх підтверджують. Математичні знання на той час досягли такого рівня розвитку, що між окремими положеннями можна було встановити логічні зв'язки. Така форма обґрунтувань виявилася об'єктивно прийнятною для математичних положень.

НОВІТНІ МАТЕМАТИЧНІ ТА ПЕДАГОГІЧНІ ПІДХОДИ У ВИВЧЕННІ ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

Дівтер М. В. (студ., 1 курс)

Товстий А. А. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – ст. викл. Нестеренко В. О.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

НЕПАРАМЕТРИЧНИЙ КРИТЕРІЙ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ СТАТИСТИЧНИХ ГІПОТЕЗ ПРИ МЕХАНІЧНИХ ВИПРОБУВАННЯХ

Критерії, які застосовуються для перевірки різних гіпотез (рівність середніх значень, рівність дисперсій та інші), передбачають, що випадкові величини характеристики механічних властивостей мають нормальний або логарифмічно нормальний закон розподілу. При інших законах розподілу ці критерії не коректні, і їх використання може привести до хибних результатів. Розглянемо деякі з непараметричні критерії.

Критерій рівності медіан двох сукупностей.

Застосування t –критерію Стьюдента для порівняння середніх двох сукупностей передбачає, що вони мають нормальний закон розподілу. Якщо відсутні відомості про закон розподілу випадкових величин, то порівняння характеристик положення двох сукупностей найбільш раціонально може бути зроблено за допомогою критерію знаків. У випадку несиметричних розподілів цей критерій дозволяє порівняти медіани двох сукупностей, а для симетричних він дає одночасно можливість думати і про рівність (або нерівність) середніх значень сукупностей.

Критерій знаків базується на біноміальному розподілі

$$P(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}, \quad (1)$$

який виражає ймовірність появи в n незалежних випробуваннях k разів події, що нас цікавить, яке може з'явитися у кожному випробуванні зі сталою

ймовірністю p та не з'явитися з ймовірністю $q = 1 - p$. У нашому випадку $p = q = 0,5$.

Припустимо, що проведені випробування n зразків першої сукупності і одержані значення характеристики механічних властивостей

$$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n,$$

які подані в порядку випробувань. Аналогічно записуємо результати випробувань n – зразків другої сукупності:

$$y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n.$$

Далі визначають знаки різниці пар результатів випробувань зразків з однаковим індексом. Нульові різниці при цьому не враховують. Нехай в n пар випробувань дістанемо k додатних різниць, m – від'ємних і l – нульових, причому $k + m + l = n$ та $n_1 = n - l$. Нульова гіпотеза про рівність медіан характеристик механічних властивостей двох сукупностей не відкидається, якщо число k або m попадає в область допустимих значень при рівні значущості α і числа ненульових різниць n_1 . Межі допустимих значень, які визначаються формулою (1) для $p = q = 0,5$, подані у таблиці: «Значення лівої та правої межі допустимої області критерію знаків». У випадку знаходжень серед спостережень числа додатних або від'ємних знаків поза вказаних меж нульову гіпотезу відкидають.

Якщо в якості альтернативної гіпотези приймають припущення про те, що медіана другої вибірки більша за медіану першої вибірки, або, навпаки, медіана другої вибірки менша за медіану першої, то використовують односторонній критерій. У випадку альтернативної гіпотези, яка полягає в тому, що в нерівності медіан без врахування того, яка з них більша, застосовують двосторонній критерій.

Приклад. На двох машинах однієї конструкції при однакових режимах було випробувано на втому по 10 зразків. Значення чисел циклів до руйнування зразків в порядку їх випробувань та знаки різниць записуємо у таблицю. Треба перевірити нульову гіпотезу про відсутність систематичної похибки в результатах випробувань на одній машині по відношенню до

другій, тобто про рівність медіан двох сукупностей результатів випробувань на втому.

Машина 1	Машина 2	Знак різниці	Машина 1	Машина 2	Знак різниці
3,18	3,92	-	1,39	6,76	-
2,53	1,65	+	3,91	3,99	-
4,06	5,22	-	3,74	2,07	+
7,92	2,86	+	1,17	3,85	-
1,60	1,60	0	4,47	4,78	-

У цьому прикладі ми дістали:

$$k = 3, m = 6, l = 1, n_1 = 10 - 1 = 9.$$

За таблицею «Значення лівої та правої межі допустимої області критерію знаків» для $n_1 = 9$ і $\alpha = 0,05$ (двосторонній критерій) знаходимо допустимі межі для k і m , які складають 2 – 7, що не дає підстави для відкидання нульової гіпотези.

Критерій знаків не припускає приналежність пар результатів випробувань загальній генеральній сукупності. Так, в прикладі, що розглядали, результати випробувань окремих пар зразків могли б бути одержані при різних рівнях змінних напруги або при різній температурі навколишнього середовища та інше.

Анотація. У роботі розглядається застосування непараметричного критерію знаків для перевірки гіпотези про рівність медіан двох сукупностей, якщо відсутні відомості про закон розподілу випадкових величин.

Література

1. Літноровіч Р.М. Основи математичної статистики психології. Частина 3. Навчальний посібник. – МЕНУ, Рівне, 2006, 49с.

РОЗВИТОК МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ ЗАСОБАМИ MICROSOFT EXCEL

У сучасному світі важливість математичної компетентності виходить далеко за межі класичного навчання. Вона є ключовою у різних сферах життя – в наукових дослідженнях, фінансовій аналітиці, технічній професії тощо. У закладах вищої освіти технічного спрямування вивчення математичних дисциплін має здійснюватися на засадах компетентнісного підходу, що сприятиме не лише розвитку теоретичних знань, але й набуттю практичних навичок та готовності до вирішення реальних задач. Такий підхід сприяє «забезпеченню професійної спрямованості та практичної зорієнтованості математичної освіти студентів» [1]. Засоби, які допомагають розвивати ці навички, набувають особливого значення. Раніше в роботах [2-3] та інших нами було показано, що застосування комп'ютерних програм сприяє встановленню міжпредметних зв'язків, підвищенню інтересу студентів до дисциплін фізико-математичної підготовки. Один із потужних і популярних інструментів для цього є Microsoft Excel. Його функціональні можливості не лише полегшують розв'язання математичних задач, але й сприяють активному розвитку та вдосконаленню математичних навичок.

У рамках цієї статті розглядається роль MS Excel як ефективного інструмента для розвитку математичної компетентності на заняттях з курсу «Вища математика», дозволяючи не лише ефективно вирішувати завдання, але й активно вдосконалювати математичне мислення.

Мета статті є розгляд процесу формування математичної компетентності здобувачів вищої освіти інженерних спеціальностей у курсі вищої математики із застосуванням MS Excel.

Використання MS Excel може мати значний вплив на розвиток математичної компетентності здобувачів вищої освіти. З одного боку, робота з Excel дозволяє студентам використовувати математичні концепції у реальних ситуаціях, досліджувати дані, аналізувати їх та робити висновки на основі результатів, спільно вирішувати завдання, обмінюватися досвідом та приймати колективні рішення, що сприяє розвитку навичок комунікації, колективної роботи та вмінню працювати в команді. З іншого боку, в процесі використання MS Excel здобувачі освіти вчаться формувати гіпотези, перевіряти їх, робити прогнози та приймати рішення на підставі аналізу даних. Excel дозволяє створювати різноманітні графіки та діаграми, що допомагає краще розуміти структуру та взаємозв'язки даних [4]. На рис. 1 представлено ключові аспекти застосування MS Excel під час вивчення курсу «Вища математика».

Візуалізація математичних концепцій	створення графіків, діаграм, розподілів даних та інших візуальних зображень
Розв'язання математичних задач	проведення різних математичних обчислень за допомогою вбудованих функцій та формул
Статистичний аналіз даних	обчислення середніх значень, варіації, кореляції та інших статистичних показників
Оптимізація задач	створення алгоритмів та моделей для оптимізації різноманітних математичних задач
Робота з формулами та функціями	полегшення розуміння математичних концепцій, таких як арифметика, логарифми, тригонометрія та інші
Розвиток аналітичних навичок	аналіз даних, виділення важливої інформації та прийняття обґрунтованих рішень на основі математичного аналізу

Рис. 1. Ключові аспекти використання Microsoft Excel для розвитку математичної компетентності

На рис. 2 наведено частину розв'язку завдання, яке надається для опрацювання здобувачам вищої освіти спеціальності 201 «Агрономія», згідно якого їм, використовуючи вибіркового метод, потрібно проаналізувати

врожайність зернових культур (ц/га) у господарствах області за календарний рік.

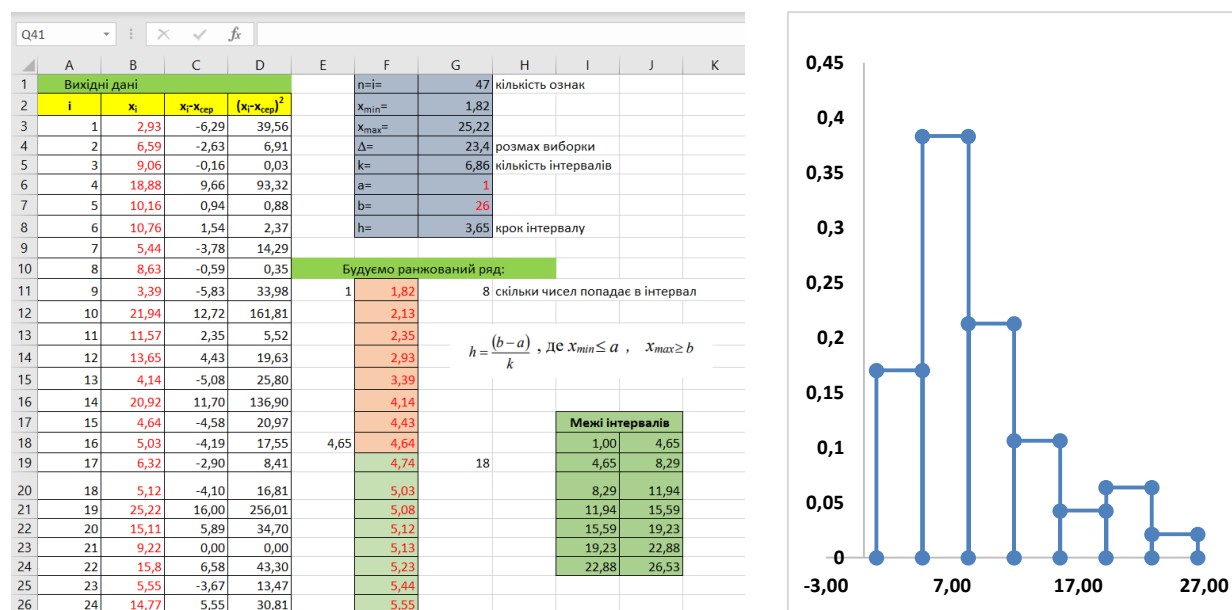


Рис. 2. Фрагменти розв'язку завдання із застосуванням вибіркового методу в Microsoft Excel

Використання Excel при математичних розрахунках має ряд переваг, серед яких можливість ввести велику кількість даних у вигляді таблиці або списку та легко працювати з ними, редагуючи, сортуючи та фільтруючи за потребою; автоматизація обчислення, введення даних та аналіз результатів; обробка великих обсягів даних та проведення складних обчислень тощо.

У цілому, використання Microsoft Excel може бути потужним інструментом для розвитку математичної компетентності, оскільки воно сприяє практичному застосуванню математичних знань, розвитку аналітичних та програмних навичок, а також покращує співпрацю та взаємодію між студентами. Загалом, використання Excel при математичних розрахунках спрощує процес обробки та аналізу даних, допомагає ефективно вирішувати складні математичні задачі та підвищує продуктивність роботи. Таким чином, використання Excel сприяє розвитку математичної компетентності шляхом автоматизації розрахунків та аналізу даних, надаючи здобувачам вищої освіти можливість працювати з математичними концепціями у практичних ситуаціях.

Анотація. У статті розглянуто роль Microsoft Excel у розвитку математичної компетентності здобувачів вищої освіти під час вивчення курсу «Вища математика». Показано, що використання Excel дозволяє не лише ефективно вирішувати завдання, але й активно вдосконалювати математичне мислення. Зокрема, студенти вчать формулювати гіпотези, аналізувати та робити висновки на основі отриманих результатів, а також спільно вирішувати завдання, що в подальшому сприяє розвитку комунікаційних навичок та навичок співпраці. Розглянуті також переваги використання Excel у введенні та обробці даних, що спрощує аналіз і підвищує ефективність навчання математики.

Ключові слова: компетентність, математична освіта, цифрові інструменти.

Література

1. Поліщук Т., Возносименко Д., Рудницький С. Формування математичної компетентності студентів освітньої програми професійна освіта «Харчові технології» у процесі вивчення курсу «Вища математика». *Вісник науки та освіти*. 2023. № 4 (10). С. 653-664.
2. Дяденчук А. Ф., Шквиря В. В. Формування інформаційно-математичної компетентності здобувачів вищої освіти в загальному курсі фізики. *Інженерні та освітні технології*. 2022. Т. 10. № 1. С. 30–41.
3. Дяденчук А. Ф., Халанчук Л. В. Формування професійної компетентності майбутніх інженерів при розв'язуванні прикладних задач у пакеті SCILAB. *Моделювання компетентнісної професійної освіти в контексті євроінтеграції* : монографія [Електронне видання] / кол. авт; за заг. ред. проф. Н.П. Волкової. Дніпро: Університет імені Альфреда Нобеля, 2021. С. 289-309.
4. Чемерис О. Програмні продукти у навчанні теорії ймовірностей та математичної статистики для здобувачів першого рівня вищої освіти. *Освітні тренди та традиції у навчанні математики* : монографія. Житомир, 2024. С. 144-181.

Єршова А. А. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – доц. Аршава О. О.

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

КОМБІНАТОРИКА ЯК ІНСТРУМЕНТ ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ НОВОЇ УКРАЇНСЬКОЇ ШКОЛИ

У контексті реалізації реформи середньої освіти «Нова українська школа» (НУШ) велика увага приділяється методиці компетентнісного навчання. Головним інструментом освітньої галузі є сучасні інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ). Впровадження ІКТ дозволяє оптимізувати освітній процес, розширити можливості педагогів та здобувачів середньої

освіти, сприяючи формуванню необхідної життєвої та професійної компетентності в останніх.

Головна мета НУШ полягає в створенні освітнього середовища, в якому комфортно та цікаво навчатися. Нові програми надають учням не лише знання, а й навчають критично мислити, експериментально перевіряти теоретичні знання та набувати практичні навички застосування знань у повсякденному житті.

Із погляду на вищезазначене на сучасному етапі впровадження реформи однією з актуальних задач є розвиток комбінаторного мислення здобувачів як ключової ланки логічного мислення та ймовірнісної інтуїції. Саме комбінаторні задачі є найбільш наближеними до життєвих ситуацій. Необхідність та важливість вивчення елементів комбінаторики зумовлено значним впливом комбінаторних термінів та понять у сучасному світі, зокрема, в соціологічних, політичних та економічних моделях розвитку суспільства.

Під час вивчення теми «Комбінаторика» учні набувають теоретичні й практичні навички, а саме: вміння спостерігати, зрівнювати, вимірювати, аналізувати модельні ситуації, обґрунтовувати прийняті рішення тощо. Такі навички використовуються не лише на уроках математики, а й дозволяють проводити дослідження в багатьох галузях, наприклад, в теорії кодування та візуалізації інформації, подання її в формі графіків, таблиць, діаграм, інтерактивних карт.

Важливу роль відіграють комбінаторні міркування в розвитку логічного мислення. Вони сприяють формуванню та вдосконаленню у здобувачів таких процесів, як аналіз, синтез, узагальнення, порівняння, абстракція.

Комбінаторна задача – це задача, в якій потрібно перелічити предмети чи комбінації та визначити число способів виконання тієї чи іншої дії. Перше знайомство з такими задачами у здобувачів середньої освіти відбувається ще в початковій школі. Для наочності та легкості сприйняття вчитель розглядає

задачі, що мають практичний зміст та реальну інтерпретацію: задачі на системний перебір, складання таблиць та побудова дерев можливих варіантів розв’язання задачі. З одного боку, такий підхід відповідає старту розвитку здібностей до абстрактного мислення та віковим психологічним характеристикам учнів початкової школи, а з іншого, – надає можливість познайомитися з простішими методами розв’язання задачі та розширити знання в площині практичного застосування отриманого розв’язку.

Подальше вивчення комбінаторики в системі середньої освіти має закласти базу для опанування теоретико-ймовірнісних та статистичних знань. Комбінаторні задачі розглядаються як засіб засвоєння всього шкільного курсу математики та інформатики, а структура й послідовність вивчення теми відповідає освітній програмі.



Рисунок 1 – Класифікація комбінаторних задач

Проведений аналіз підручників [1, с. 100-111; 2, с. 212-215; 3, 196-201; 4, с. 70-77], що рекомендовані Міністерством освіти і науки України для використання в освітньому процесі, дозволяє систематизувати

інформацію про основні типи комбінаторних задач, що пропонуються для розв’язання здобувачам повної загальної середньої освіти (рис. 1).

Процес формування у учнів компетентностей, що визначені в формулі Нової української школи (критичне мислення, здатність вирішувати нестандартні задачі, креативність та навички в застосуванні математичних методів до розв’язання прикладних задач), можна реалізувати за допомогою сучасної технології – методу кейсів.

Кейс-технологія як інноваційний метод в освіті використовується з метою навчати здобувачів проводити аналіз запропонованої ситуації, організовувати дискусію щодо вирішення проблеми, будувати математичні моделі реальних ситуацій та обґрунтовувати вибір розв'язку задачі. Такий методичний підхід дозволяє набути не лише вказані компетентності, а й сприяє розвитку комутативних і творчих здібностей учнів.

Наведемо приклади кейсів із комбінаторики, що відповідають основним типам комбінаторних задач, поданих у їх класифікації (рис.1).

Завдання 1 (спосіб вибору та впорядкування множин). У класі шість учнів змагаються в турнірі з шахів: Оксана, Матвій, Сергій, Ольга, Олександр та Світлана. Потрібно скласти розклад турніру, якщо зустріч кожного гравця з усіма іншими відбувається один раз.

Завдання 2 (задача на доведення чи спростування існування сполук із заданими властивостями). Чи існує магічний квадрат розміром 3×3 , що складається з чисел 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5?

Завдання 3 (перебір елементів). Учень має чотири підручника: з математики, з української мови, з інформатики та з англійської мови, які потрібно розмістити на книжній полиці на чотирьох пронумерованих місцях. Надайте перелік усіх можливих способів розміщення книг.

Завдання 4 (вид сполуки). Підрахуйте кількість двозначних чисел, які можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4 (без їх повторення).

Отже, розв'язання комбінаторних задач забезпечую набуття практичних навичок, підвищує мотивацію та систематизує математичні знання здобувачів середньої освіти.

Анотація. Робота присвячена вивченню ролі теми «Елементи комбінаторики» в формуванні ключових компетентностей Нової української школи. Розкрито поняття «комбінаторна задача» та надана класифікація видів комбінаторних задач, що розв'язуються здобувачами загальної середньої освіти. В якості прикладів пропонуються кейси, що відповідають різним класам комбінаторних задач.

Ключові слова: комбінаторика, комбінаторна задача, Нова українська школа, компетентнісний підхід, метод кейсів.

Література

1. Алгебра : підруч. для 8 кл. закладів заг. серед. освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – 2-ге видання, переробл. – Х. : Гімназія, 2021. – 240 с. : іл. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-8klas-2021/7-algebra-8kl/Merzlyak-Algebra-8kl.pdf>
2. Алгебра : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2017. – 272 с. : іл. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-9-klas/05-algebra-9-klas/gymnasia-merzlyak-algebra-9-klas.pdf>
3. Алгебра : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – К. : Видавничий дім «Освіта», 2017. – 272 с. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-9-klas/05-algebra-9-klas/algebra-bevz-9-klass1.pdf>
4. Математика : алгебра і початок аналізу та геометрія, рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський та ін. – Х. : Гімназія, 2019. – 208 с. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-klas-2019/13-matematyka-11-klas/merzlyak-ag-matematyka-algebra-i-poch-analizu-ta-geometriya-riven-standartu-11-kl.pdf>

Кириченко А. М. (студ., 1 курс)

Масліч Н. А. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – ст. викл. Нестеренко В. О.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

НЕПАРАМЕТРИЧНА МІРА ЗВ'ЯЗКУ МІЖ ВИПАДКОВИМИ ВЕЛИЧИНАМИ: КОЕФІЦІЄНТ КОРЕЛЯЦІЇ СПІРМЕНА

В деяких практичних задачах виникає потреба дослідження щільності зв'язку між двома випадковими (характеристики механічних властивостей, рівні конструкційних, технологічних, експлуатаційних факторів та тощо), одна чи то обидві з яких не мають нормального розподілу або про закон розподілу нема достовірної інформації. Методика, що використовується в цих випадках, яка базується на нормальному законі розподілу досліджуваних величин, містить в собі невизначеність і може привести до невірних рішень.

Розв'язання подібних задач може бути здійснено за допомогою непараметричного коефіцієнта рангової кореляції Спірмена. При обчисленні коефіцієнта рангової кореляції кожному з двох сукупностей розташовують у вигляді варіаційного ряду (з присвоєнням кожному члену ряду відповідного порядкового номера (рангу)): нехай $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ - значення механічних

характеристик, які знайдені за результатами випробувань n зразків, що обираємо у порядку їх випробувань. Розташуємо їх в порядку зростання величини:

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n ,$$

тоді накопичені частоти значень механічних характеристик за формулою

$$W(A) = \frac{i}{n} \text{ визначатимуться як}$$

$$W(x) = \begin{cases} 0, & x < x_1; \\ \frac{i}{n}, & x_i \leq x \leq x_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n-1; \\ 1, & x \geq x_n \end{cases}$$

Однаковим значенням членів ряду присвоюємо середнє рангове число. Потім знаходимо різницю в рангах d_i для кожної пара із n спостережень над випадковими величинами та обчислюємо коефіцієнт рангової кореляції Спірмена:

$$r_S = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n^3 - n} . \quad (1)$$

Ранговий коефіцієнт кореляції знаходиться в межах:

$$-1 \leq r_S \leq 1$$

Зі збільшенням об'єму вибірки r_S прямує до ρ_S , причому завжди $\rho_S < \rho$, але різниця між ними не перевищує 0,018.

Перевірка нульової гіпотези $\rho_S = 0$ при альтернативній $\rho_S \neq 0$ здійснюється за допомогою двостороннього критерію шляхом порівняння обчисленого коефіцієнта Спірмена (1) з критичним значенням, яке беремо з таблиці «Критичні значення коефіцієнта рангової кореляції Спірмена» для обраного рівня значущості α та числа пар спостережень n

При виконанні нерівності

$$|r_S| \leq r_{S(1-\alpha/2)} \quad (2)$$

Нульову гіпотезу не відкидаємо. В протилежному випадку нульову гіпотезу відкидаємо.

При альтернативній гіпотезі $\rho_S > 0$ або $\rho_S < 0$ використовуємо односторонній критерій. В цьому випадку критичні значення, які є в таблиці «Критичні значення коефіцієнта рангової кореляції Спірмена», відповідають рівню значущості $\frac{\alpha}{2}$

При $N > 30$ нульову гіпотезу перевіряють за допомогою t – розподілення (розподілення Стюдента). В цьому випадку обчислюють статистику

$$t = \frac{r_S}{\sqrt{1-r_S^2}} \sqrt{n-2} \quad (3)$$

яка має розподілення Стюдента з $k = n - 2$ степенями свободи, та порівнюють з критичними значеннями $t_{\alpha,k}$, які беремо із відповідної таблиці.

Якщо виконується умова $|t| \leq t_{\alpha,k}$, то нульову гіпотезу $\rho_S = 0$ приймають. Як і у випадку (2), при альтернативній гіпотезі $\rho_S \neq 0$ використовують двосторонній критерій, а при $\rho_S > 0$ або $\rho_S < 0$ – односторонній.

Перетворення (3) дає задовільний результат для $n \geq 10$.

Якщо у варіаційних рядах випадкових величин, що досліджуємо, зустрічаються члени ряду з однаковими ранговими числами, то формулу (1) треба скорегувати :

$$\begin{cases} r_S = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{(n^3 - n) - (T_x + T_y)}, \\ T_x = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k (t_{x_j}^3 - t_{x_j}), \\ T_y = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^m (t_{y_v}^3 - t_{y_v}), \end{cases} \quad (4)$$

де k та m – число груп з однаковими ранговими числами у варіаційних рядах величин відповідно x і y ; t_{x_j} і t_{y_v} – число членів варіаційного ряду у кожній з k та m групах.

Ранговий критерій можна використовувати і для випадкових величин з нормальним розподіленням, проте його ефективність в цьому випадку трохи нижча .

Завдання. Перевірити нульову гіпотезу про наявність залежності границі витривалості алюмінієвих сплавів від їх границі стійкості, використати двосторонній критерій (2) для рівня значущості $\alpha = 0,05$, за наведеними даними у стовпцях 2 та 4 таблиці.

Послідовність обчислення рангового коефіцієнта кореляції наведено в таблиці.

№	$x_i = \sigma_{B_i}$	r_x	$y_i = \sigma_{-1i}$	r_y	$d = r_x - r_y$	d^2
1	2	3	4	5	6	7
1	293	1	130	1,5	-0,5	0,25
2	311	2	136	5	-3	9
3	329	3	135	3,5	-0,5	0,25
4	333	4	130	1,5	+2,5	6,25
5	342	5	135	3,5	+1,5	2,25
6	352	6	142	6	0	0
7	367	7	150	7,5	-0,5	0,25
8	393	8	150	7,5	+0,5	0,25
9	456	9	165	9	0	0
10	490	10	192	14	-4	16
11	529	11	171	11	0	0
12	566	12	209	15	-3	9
13	581	13	170	10	+3	9
14	599	14	182	12	+2	4
15	623	15	190	13	+2	4
16	628	16	213	16	0	0
$n = 16$	$\sum x_i$ = 7192		2600		0	60,5

Стовпець 3-наведені ранги величини x , повністю збігається зі стовпцем 1, в цьому стовпці нема однакових варіантів;

Стовпець 5- наведені рангові числа величини y , причому для однакових значень присвоєні однакові рангові числа. В цьому стовпці три групи мають рівні ранги (номера 1 та 4; 3,5;7,8). Значить $m = 3, t_{y_1} = t_{y_2} = t_{y_3} = 2$.

$$T_y = \frac{1}{2}((2^3 - 2) + (2^3 - 2) + (2^3 - 2)) = 9.$$

Значення рангового коефіцієнта кореляції обчислюємо за формулами (4)

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot 60,5}{(16^3 - 16) - 9} = 0,911.$$

За таблицею « Критичні значення коефіцієнта рангової кореляції Спірмена» знаходимо для $n = 16$ та $\alpha = 0,05$ критичне значення коефіцієнта кореляції $r_{s_{0,975}} = 0,500$ і порівнюємо з обчисленим r_s . Нерівність (2) не виконується, отже, нульову гіпотезу про відсутність залежності границі витривалості сплаву від границі його стійкості відкидається.

Анотація. Коефіцієнт кореляції Спірмена є непараметричною мірою статистичної залежності між двома змінними. Він оцінює зв'язок, за яким можна описати відношення між двома змінними. Розглядаються практичні питання при обробки експериментальних даних(наведено практичне застосування коефіцієнта кореляції Спірмена)

.

Література.

1. Руденко В.М. Математична статистика. Навч.посіб. – К.: Центр учбової літератури, 2012, - 304 с.

Лузанов С. А. (студ., 1 курс)
Головінова А. А. (студ., 1 курс)
Науковий керівник - доц. Пташний О.Д.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ДЕЯКІ ПИТАННЯ ПРОЕКТУВАННЯ АВТОМАТИЗОВАНИХ ПІДСУМКОВИХ ТЕСТІВ З КУРСУ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Вступ. Однією з ключових проблем у процесі дистанційного навчання, з якою зіштовхуються викладачі, є здійснення контролю навчально-пізнавальної діяльності здобувачів. Традиційні форми контролю – письмові контрольні роботи, неавтоматизовані тести та ін., що перевіряється безпосередньо з екрану комп'ютеру, є дуже трудомістким при існуючих великих навчальних потоках здобувачів та значній кількості навчальних груп, які веде викладач. З урахуванням перешкод, один контрольний захід виливається у близько тисячі перевірок. Зрозуміло, що при цих реаліях неможливо забезпечити належну якість перевірок, та викладачі прагнуть зменшення до мінімуму контролюючих процедур. У даних умовах перехід від традиційних методів контролю до застосування автоматизованого тестування розв'язує багато проблем. Зокрема:

- забезпечує більш повне здійснення навчаючої, діагностуючої, та навіть, виховної функцій контролю;
- звільняє викладача від рутинної роботи читання з екрану та перевірки контрольних завдань;
- знімає передумови «економії» на контролюючих заходах;
- дає можливість здійснення контролю без витрати навчального часу (поза заняттями) у будь який період часу, що є зручним та важливим для здобувачів в умовах відключення електроенергії;
- забезпечує можливість багаторазового проходження контролю у різних режимах по кількості спроб, часу проходження, періоду проходження, оцінювання, рівня та кількості завдань;

- дає можливість зручного зберігання, автоматизованого обліку, оцінювання, інформування здобувачів про результати;

- дає можливість адаптування до рівня групи шляхом варіювання складності завдань та їх кількості, часу проходження та кількості спроб.

Технологія розробки підсумкових тестів. Набутий досвід розробки автоматизованих тестів, зокрема тестів для підсумкового контролю, дозволяє сформувати певну оптимальну технологію створення тестів на всіх етапах роботи і в подальшому оптимізувати організацію цього процесу.

Безумовно, для розробки тестів (як підсумкових, так і поточних) повинна бути створена робоча група зі студентів, які краще інших знаються на математиці та керівника групи – викладача.

Основою для розробки автоматизованих тестів, звичайно, повинні бути вже існуючі тести, або контрольні роботи, які було раніше розглянуто і затверджено викладачами. Процес їх адаптації до автоматизованого тестування полягає у

- збереженні охоплення основного програмного матеріалу;
- визначенні вмінь та навичок, які треба контролювати;
- мінімізації питань з відповідями «вибіркового» типу;
- переробці питань на користь числових відповідей;
- забезпеченні надійності відповідей (наприклад, шляхом взаємоперевірки;
- забезпеченні зручного для інтеграції у Moodle формату банку завдань;
- забезпеченні належної «якості» питань, завдяки їх критичному обговоренню.

Перший підсумковий тест містить завдання з лінійної та векторної алгебри і аналітичної геометрії.

Елементи лінійної алгебри. Необхідними вміннями тут є обчислення визначників другого та третього порядків, знання їх властивостей, виконання основних операцій над матрицями, розв'язання систем лінійних рівнянь.

Переробка питань в основному полягає у мінімізації відповідей «вибіркового типу». Якщо, наприклад, результатом розв'язання задачі є матриця, то у відповідь ми пропонуємо вводити якусь комбінацію з її елементів, скажімо їх суму. Звісно, зовсім уникнути відповідей «вибіркового» типу не вдається. У такому випадку треба подбати про достатню кількість варіантів.

Наведемо приклад такого питання. Чому дорівнює визначник третього порядку, або як він зміниться, якщо має вказані особливості, або у ньому виконати наступні дії? *У відповідь дайте один із запропонованих варіантів.*

а) перший й третій рядки пропорційні з коефіцієнтом k ; б) другий рядок помножити на число k ; в) перший стовпчик замінити на його суму із другим; г) усі елементи помножити на число k ; д) поміняти місцями перший та другий рядки. *Варіанти відповідей:* 1) не зміниться; 2) змінить свій знак; 3) помножиться на число k ; 4) поділиться на число k ; 5) помножиться на число k^3 ; 6) збільшиться на k ; 7) дорівнює, або дорівнюватиме нулю; 8) інша відповідь.

При інтеграції такого питання у Moodle треба у банку відповідей не вказувати їх номери (технологія це дозволяє), щоб утруднити обмін відповідями між студентами. У такому випадку такий обмін фактично перетвориться на навчання.

Елементи векторної алгебри. Основними навичками та вміннями тут є виконання операцій над векторами, заданими у ортонормованому базисі, визначення факту колінеарності чи ортогональності векторів. Питання типу «чи є дані вектори ортогональними, або колінеарними» припускають дві відповіді – «так», чи «ні». Так поставлені питання дають можливість вгадати відповідь з п'ятидесятивідсотковою ймовірністю. Тому ми вирішили прив'язати ці питання до обчислюваних, які виконуються у залежності від того чи іншого варіанту відповіді.

Елементи аналітичної геометрії. Цей фундаментальний розділ, у програмі представлений двома темами – «Пряма на площині» та «Пряма та площина у просторі». Таке питання, як «скласти рівняння» дуже важко

провести у формі тесту, бо неоднозначність результату не дає можливості застосувати числову відповідь. Звичайно, можна було б вимагати приведення рівнянь до якоїсь однозначної форми, наприклад, до нормованого рівняння прямої чи площини. Але це не передбачено програмою та потребує додаткового часу. Тому у тестах на перший план виходять питання взаємного розташування прямих та площин.

Границя та неперервність функції. Згідно програмі тут на перший план виходять суто «технічні» питання розкриття основних типів невизначеностей. Відповідний тест їх містить. Виникла проблема вводу дробових, або трансцендентних відповідей. Вирішили зробити це

«шифруванням» таких результатів. Наприклад, результати виду $\frac{a}{b}$

шифрується скороченням дробу та вводом добутку ab . У тестах з дослідження функції на неперервність при вводі відповіді обмежуємось указуванням абсциси точки розриву та її типу (у шифрованому вигляді). Наприклад:

Диференціальне числення функцій однієї змінної. Це важкий для подання тестами розділ. У тесті з формального диференціювання пропонується знаходити похідні у точці. При цьому треба уникати ірраціональних результатів. Тому підбір, чи складання таких тестів – дуже кропітка робота. Доцільно складати спочатку необхідні форми з параметрами. А потім на їхній основі формувати конкретні завдання. Наприклад, якщо $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{k(x-m)^2}$, у точці $x = m$, де $m \in \mathbb{Z}$, маємо відповідь $f'(m) = 2am + b$. Підставляючи сюди різні значення параметрів, отримаємо набір завдань та відповідей до них.

Диференціальне числення функцій декількох змінних. Основними вміннями та навичками тут є диференціювання функцій, дослідження їх на екстремум, знаходження градієнту та похідної за напрямком.

Щодо диференціювання, як і у випадку функцій однієї змінної, пропонуємо знаходити похідні у точці:

Отже, результатом такої «обробки» та обговорення питань з'являється вивірений макет тестового завдання якого вже формуються варіанти питань.

Ось приклад одного з розроблених питань:

Питання 2.

Тематика: Границя раціональної функції при $x \rightarrow a$

№ вар	Варіант питання	Відповідь
1	Знайти границю: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$	0
2	Знайти границю: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 8x + 15}$	2
..	...	...

Оформлення питання у вигляді подібної таблиці значно спрощує процес інтеграції тесту у Moodle. Такі «дрібниці», як нагадування викладачам про необхідність цілих відповідей, або інтервали між лініями таблиці та записами у ній, розташування відповідей поряд з умовами, у результаті забезпечують зручний та швидкий перенос записів за допомогою, наприклад, інструменту “Ножиці Windows”. При цьому можна користуватись розробленою нами «Інструкцією» по інтеграції тестів у платформу Moodle та їх налаштуванні [4].

Збереження та обробка результатів тестування. Зважаючи на важливість результатів підсумкового тестування для діагностування успішності здобувачів може бути прийняте рішення про додаткове оформлення та збереження письмових варіантів проходження тестів. Його можна організувати у вигляді окремого завдання, яке пропонується зробити після закінчення тесту. Інструкція до його виконання ясна з прикладу фрагменту курсу:

Підсумковий тест 1

Тест доступний у п'ятницю, 18 листопада, з 9-00 по 21-00. Час виконання - 90 хвилин.

Увага! Під час тестування **записуйте** умови завдань та розв'язання на чернетці. Після закінчення тестування треба акуратно, чітко записати письмовий варіант тесту на аркушах А4, вказати прізвище та групу, сфотографувати та оформити у єдиний PDF файл, який прикріпити на сайт (див. нижче). Термін виконання - до 20 листопада.

Письмовий варіант Підсумкового тесту 1

Прикріпіть сюди письмовий варіант Підсумкового тесту 1. Термін виконання - до 20 листопада.

Увага! без здачі цього завдання [Підсумковий тест 1](#) не зараховується!

Після проходження здобувачами підсумкового контролю та у процесі перездач виникає проблема обробки та збереження отриманих результатів. Перездачі тестів можна організувати, наприклад, зробивши їхні дублікати. Але при цьому журнал курсу буде містити велику кількість різних оцінок і важко буде швидко отримати результати по кожному здобувачу та рекомендації щодо подальших його дій. Вихід бачиться у зручному налаштуванні журналу оцінок, експорту фрагментів журналу у файли Excel, та, можливо, у *окремій* обробці результатів поточного та підсумкового контролю.

Висновок. Детально розроблена технологія створення тестів та інтегрування їх у оболонку Moodle дозволяє ефективно використовувати тестовий контроль у навчальному процесі, забезпечує більш повне здійснення функцій контролю, значно полегшує викладачам його здійснення. Процес створення тестів набуває більшої чіткості, технологічності й організованості, усі етапи роботи легше розподіляються між розробниками.

Література

1. Дорошенко Ю.О., Ротаєнко П.А. Достовірність комп'ютерного тестування: Навчально-методичний посібник. – К. Педагогічна думка, 2007. – 176 с.
2. Лукіна Т.О. Технології діагностики та оцінювання навчальних досягнень: Навчально-методичні матеріали. – К., 2007. – 62 с.

3. Тестові завдання з вищої математики: Навчальний посібник / С.І. Гургула, В.М. Мойсишин, В.О. Воробйова та ін.; За ред. С.І. Гургули, В.М. Мойсишина. – Івано - Франківськ: Факел, 2008. – 737 с.

4. Інтегрування тестів в оболонку «Moodl. Щербинина Ю.В., Харченко С.Д. // Принципи і методи математичної підготовки в багаторівневій системі вищої освіти : сучасний та історичний погляд здобувачів і молодих вчених : матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти та молодих вчених. – Харків: ХНАДУ. – 2022. – С. 67-76

Миргород О. О. (студ., 2 курс)

Науковий керівник – ст. викл. Мороз І. І.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ РУНГЕ – КУТТА 4-го ПОРЯДКУ ДЛЯ РОЗРАХУВАННЯ ДИНАМІКИ ГІДРОПРИВІДНОЇ ТРАНСМІСІЇ ТРАКТОРА

Програмний комплекс (пакет) VisSim (Visual Simulator) розробки американської фірми Visual Solutions Inc. відноситься до ряду класичних програм блокового моделювання [1]. У ньому інтегровано більшість відомих програмно-апаратних методів дослідження та розробки систем моделювання.

Програма VisSim дозволяє будувати моделі систем на основі структурно-функціональних схем (або за достатнього досвіду роботи з VisSim безпосередньо з математичного опису об'єкта моделювання, в якому диференціальні рівняння представлені у нормальній формі Коші). Кожен блок реалізує певну математичну функцію. Математична модель досліджуваної системи (її алгебраїчні, трансцендентні та звичайні диференціальні рівняння, нерівності та ін.) має бути представлена у вигляді структурно-функціональної схеми для наступного набору у вигляді сукупності блоків та зв'язків між ними (діаграм).

Основне меню VisSim на панелі інструментів складається з пунктів: «File», «Edit» (редактор), «Simulate» (налаштування процесу моделювання, оптимізації), «Blocks» (функціональні блоки), «Analyze» (різні програми, пов'язані з частотним критерієм, аналіз передавальних функцій та ін.),

«View» (встановлення шрифту, розміру блоків та символів, зміна кольору зображення на екрані монітора), «Help» (допомога).

На панелі інструментів розташовані кнопки, кожна з яких відповідає будь-якій дії. Всі ці кнопки дублюють деякі з команд основного меню та призначені для забезпечення більшої зручності роботи з пакетом.

Пакет VisSim має бібліотеку більш ніж 100 функціональних блоків для побудови лінійних, нелінійних, параметричних, неперервних, дискретних систем, за допомогою яких можна представляти:

- передавальні функції типових ланок лінійних систем;
- імітацію різних обурень, що діють на реальну систеступінчастиму (й вплив, гармонійний, пилоподібний та ін);
- математичні та логічні операції;
- нелінійні характеристики та ін.

Пакет VisSim дозволяє вирішувати диференціальні рівняння наступними методами: Euler – метод Ейлера, Trapezoidal – метод трапецій, RK2 – метод Рунге-Кутта 2-го порядку точності, RK4 – метод Рунге-Кутта 4-го порядку точності, Adaptive RK5-Кутта 5-го порядку точності, Adaptive Bulirsh-Stoer – адаптивний метод Булірша-Стоєра та Backward Euler – зворотний метод Ейлера (або неявний метод Ейлера), який є одним із найголовніших чисельних методів вирішення звичайних диференціальних рівнянь. Він схожий на стандартний метод Ейлера, але відрізняється тим, що він є неявним методом. При створенні математичних моделей об'ємних гідроприводів (ОГП), які використовуються для виконання транспортних операцій, зокрема пересування екскаваторів, дорожніх котків та асфальтоукладальників за допомогою гідравлічних моторів, а також здійснення функціонування підйомного технологічного обладнання, наприклад переміщення заднього навісного пристрою трактора за допомогою гідравлічних циліндрів, базуються на таких основних положеннях:

- законах Паскаля для тиску в замкненому просторі та Ньютона для робочих рідин (РР) з властивостями в'язкості при її течії;
- рівнянні нерозривності РР при її течії через трубопроводи;
- законах механіки Ньютона.

Попередньо при створенні математичних моделей проводять статичні розрахунки ОГП з розрахуванням параметрів гідромоторів, гідроциліндрів та насосів, допоміжного обладнання, до якого відносяться діаметри трубопроводів, об'єм гідробаку та сорт РР, а також визначають коефіцієнт корисної дії гідропривода. Ці параметри називають статичними, бо вони не змінюються з часом функціонування гідропривода. Для створення математичної моделі динамічного розрахунку гідропривода розглядають процеси, пов'язані зі зміною швидкості та зовнішнього навантаження вихідної ланки гідропривода – гідромотора або гідроциліндра від часу, починаючи з режиму зрушування, далі розгону і зупинки транспортного засобу.

В якості приклада розглянемо математичну модель динаміки гідропривода бортового ходу гусеничного трактора ТС-10 виробництва харківського тракторного заводу.

На рис. 1 приведена розрахункова схема ОГП, яка використовується для аналізу його динаміки в складі гусеничного трактора. Так як схема є бортовою, тобто кожний борт має свій ОГП з насосом та гідромотором, то розглядаємо тільки насос Н і гідромотор М, кожен з яких має регульований робочий об'єм.

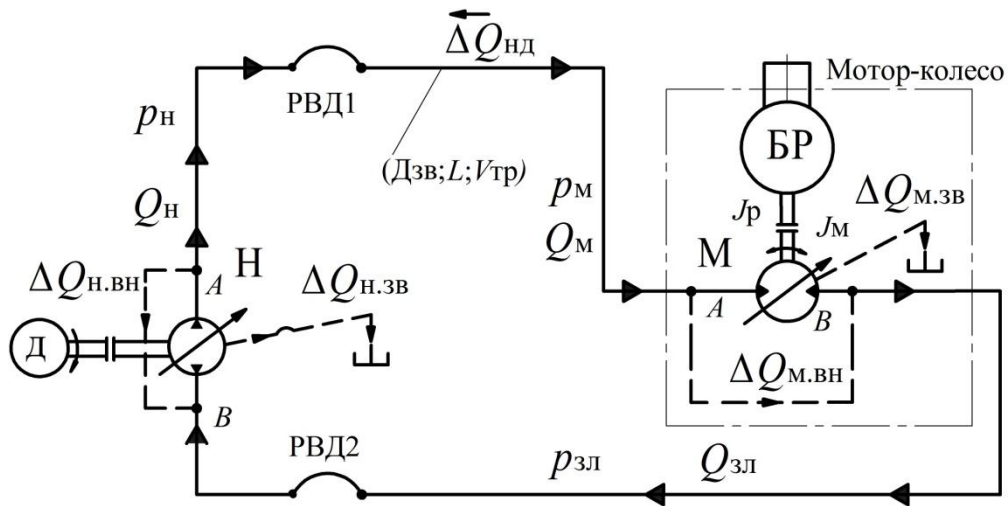


Рис. 1. Розрахункова схема ОГП одного борту трактора ТС-10

Насос Н приводить в обертання гідромотор М, а останній бортовий редуктор БР гусениці. Насос та гідромотор мають втрати потужності, зокрема зовнішні та внутрішні витоки РР, які відносяться до коефіцієнту подачі для насоса і об'ємного ККД для гідромотора, а також гідродинамічні та механічні втрати, які відносяться до гідромеханічного ККД гідромашин. Позначки на схемі пояснимо при розглядання рівнянь математичної моделі ОГП.

Скористаємося математичною моделлю гідропривода [2], у якій зроблені наступні допущення: модуль об'ємної пружності, температура, щільність і в'язкість РР є постійними значеннями; момент інерції трактора приймається постійним; хвилеві процеси в трубопроводах не враховуються в зв'язку з їх незначною протяжністю (насос і гідромотор з'єднані короткими рукавами високого тиску).

Диференціальні рівняння щодо нерозривності робочої рідини і третього закону Ньютона, відповідно, мають вигляд

$$\frac{dp_M}{dt} = \left[Q_{нт,e}(t) - 10^{-3} V_{M,i}(t) \cdot n_M(t) - C_{пв} \cdot p_M(t) \right] \frac{E}{V_{тр}}, \quad (1)$$

$$\frac{dn_M}{dt} = \frac{3,6 \cdot 10^3}{J_{\Pi}} \left[\frac{1}{2\pi} V_{M,i}(t) \cdot (p_H - p_{3Л}) \cdot \eta_{M.ГМ} - M_c \right]. \quad (2)$$

З яких інтегруванням знаходять вирази для тиску p_M [МПа] і частоти обертання гідромотора n_M [хв⁻¹], відповідно

$$p_M = \int_0^t \left[Q_{HT,e}(t) - 10^{-3} V_{M,i}(t) \cdot n_M(t) - C_{пв} \cdot p_M(t) \right] \frac{E}{V_{тр}} dt, \quad (3)$$

$$n_M = \int_0^t \frac{3,6 \cdot 10^3}{J_{\Pi}} \left[\frac{1}{2\pi} V_{M,i}(t) \cdot (p_H - p_{3Л}) \cdot \eta_{M.ГМ} - M_c \right] dt, \quad (4)$$

де $Q_{HT,e} = Q_{HT} \cdot e$ – подача насоса при заданному відносному куту повороту похилого диска e , який відхиляється в обидва боки від нейтрального положення в відносних величинах $e = 0 \dots \pm 1$, л/хв, $Q_{HT} = 10^{-3} V_H n_H$ – теоретична подача насоса з максимальним робочим об'ємом V_H [см³] і частотою обертання приводного двигуна ДВЗ n_H [хв⁻¹] без урахування витоків РР, л/хв, $V_{M,i} = V_M \cdot i$ – поточне значення робочого об'єму гідромотора [см³], пропорційне максимальному V_M і залежному від параметра регулювання $i = 0,38 \dots 1$, $C_{пв}$ – коефіцієнт підсумкових зовнішніх ($C_{H.3H}$ і $C_{M.3H}$) та внутрішніх ($C_{H.ВH}$ і $C_{M.3H}$) витоків РР насоса ($\Delta Q_{H.3B}$ та $\Delta Q_{H.ВH}$) і гідромотора ($\Delta Q_{M.3B}$ та $\Delta Q_{M.ВH}$), л/(хв.МПа), $V_{тр}$ – об'єм РР во вхідній (високого тиску) порожнині (трубопроводі) гідромотора зі зведеним діаметром D_{3B} [мм] та довжиною L [м], дм³, E – модуль пружності РР, який викликає її деформаційну витрату $\Delta Q_{нд}$ через стисливість в об'ємі трубопроводу $V_{тр}$, МПа, $J_{\Pi} = J_M + J_p + J_{po}$ – підсумковий момент інерції, приведений до валу гідромотора, в який входять J_M – момент інерції частин

гідромотора, що обертаються, J_p – момент інерції приводної частини (редуктора) та J_{po} – момент інерції трактора, $\text{кг}\cdot\text{м}^2$, $p_n \approx p_m$ і $p_{зл}$ – тиск в лініях нагнітання насоса (гідромотора) і зливу РР до насоса, відповідно (тиск $p_{зл}$ приймається постійним), МПа, $\eta_{м.гм}$ – гідромеханічний ККД гідромотора, M_c – момент опору (зовнішнього навантаження), Н.м.

Приведені рівняння показують, що змінними в часі параметрами, які задаються заздалегідь, є: момент опору зовнішнього навантаження M_c ; подача насоса $Q_{нт,е}$; робочий об'єм гідромотора $V_{м,i}$ і його гідромеханічний ККД ($\eta_{м.гм}$). Необхідність введення змінного значення гідромеханічного ККД обумовлена його істотним зниженням на режимах регулювання робочого об'єму гідромотора.

При використанні пакету VisSim приймався метод інтеграції Рунге-Кутта четвертого порядку з дискретністю $\Delta = 0,001 \text{ с}$.

В якості початкових умов при інтегруванні приймаємо $p_n(0) = p_0$ (атмосферний тиск) і $\omega_m(0) = 0$ (частота обертання гідромотора дорівнює нулю перед початком подачі РР від насоса).

З метою охоплення всіх режимів роботи ОГП, включаючи пусковий, технологічний, прискореного транспортного руху і зупинки, і врахування низки вищенаведених параметрів, що задаються, скористалися блоками «VisSim-map», які дозволяють за попередньо складеною циклограмою введення в модель адекватних за часом впливу режимів. З іншого боку, при відпрацюванні оптимальних режимів роботи ОГП блоки «map» дозволяють вносити необхідні корективи в інтерактивному режимі.

На рис. 2 наведені осцилограми динамічних процесів ОГП одного борту трактора ТС-10: перепаду тисків «дельта рм» від часу для двох режимів роботи. Трактор при максимальному моменті опору за період 8 с має дві ступені швидкості в 2 км/год і 3,2 км/год за рахунок збільшення подачі насоса до 116 л/хв і 192 л/хв, відповідно. Подальше зростання швидкості до

9,7 км/год забезпечується шляхом зменшення робочого об'єму гідромотора. Рух з максимальною швидкістю завершується до 18 секунди. Далі шляхом зменшення подачі насоса швидкість трактора знижується аж до його зупинки. Відзначимо, що режим максимальної швидкості трактора досягається не шляхом нарощування потужності приводного ДВЗ насоса, а за рахунок зменшення робочого об'єму гідромотора. Такий режим характеризується високою паливною економічністю трактора і його називають режимом з постійною потужністю.

Розглянуті два можливих експлуатаційних режими трактора: умовно не оптимальний, при якому мають місце підвищені стрибки тиску (рис. 2,а) , і оптимальний, при якому забезпечуються мінімальні стрибки тиску і не виникає кавітація РР (рис. 2,б). Ці режими забезпечуються шляхом зміни інтенсивності подачі насосом робочої рідини та робочого об'єму гідромотора.

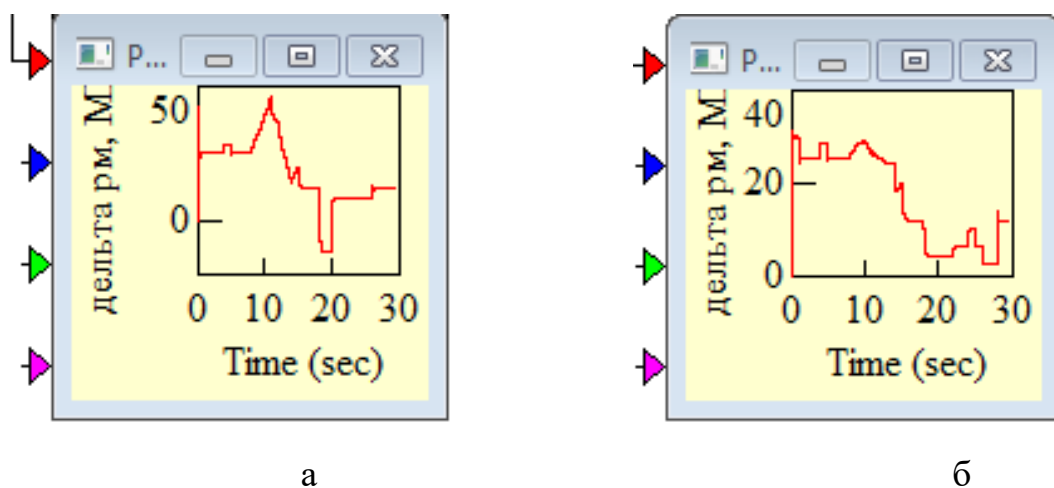


Рис. 2. Тиск в гідроприводі трактора ТС-10 при регулюванні подачі насоса і робочого об'єму гідромотора на режимах: а - що призводять до стрибків тиску і кавітації; б - що забезпечують мінімальні скачки тиску і відсутність кавітації

Таким чином, призначення оптимальних режимів зміни подачі насоса і регулювання робочого об'єму гідромотора дозволяє знизити тиск при

зрушуванні з місця трактора з 43 МПа до 31 МПа, на режимі збільшення швидкості з 47 МПа до 29 МПа, максимальну потужність з 115 кВт до 89 кВт і повністю виключити кавітаційні явища в ОГП при його зупинці.

Література

1. <https://pro-mobility.org/instruction/instruktsiia-z-vstanovlennia-studentskoi-versii-ptv-vissim/> (Інструкція з встановлення студентської версії PTV VisSim)
2. Самородов В. Б. Аналіз динаміки бортового об'ємного гідропривода гусеничного трактора / В. В. Самородов, Г. А. Аврунин Г.А., І.І. Мороз, О. В. Щербак // Науковий журнал «Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів». – Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка. – 2021. – № 23. – С. 94-106.

Сахно В. О. (студ., 2 курс)

Науковий керівник – ст. викл. Мороз І. І.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ЗАСТОСУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ ДИНАМІКИ ГІДРОПРИВОДА РУЛЬОВОГО КЕРУВАННЯ ТРАКТОРА

На теперішній час системи об'ємного гідропривода (ОГП) рульового керування використовуються практично на всіх самохідних машинах спеціального призначення [1], до яких відносяться будівельні та дорожні машини, трактори, різноманітні сільськогосподарські та інші машини. Для забезпечення якості таких систем рульового керування весь час ведуться роботи по їх вдосконаленню та модернізації їх основного вузла – насоса-дозатора.

В данній статті аналізується система рульового керування вдосконаленої гідросистеми колісного трактора ХТЗ-17021.

Для проведення аналізу динамічних процесів в силовому контурі рульової системи розроблено розрахункову схему ОГП трактора, яку наведено на рис. 1. Гідравлічна схема містить дві системи – систему рульового керування з блоком насоса-дозатора НД та систему керування

навісними агрегатами (блок Р). Обидві системи живляться від одного насоса Н.

Насос живлення Н з приводом від коробки передач КП та двигуна внутрішнього згоряння ДВЗ нагнітає РР під тиском p_n до вхідного каналу НД, де вона через зворотний клапан КО потрапляє на вхід гідророзподільника Рнд.

Особливість розглядаємої системи рульового керування полягає в тому, що в ній використовується насос-дозатор фірми *Lifam* моделі *SUB 400-S1* з вбудованим пріоритетним клапаном. Тому крім основних вихідних каналів L і R , цей насос-дозатор НД містить додатковий, який є вихідним каналом $p_n(EF)$ вбудованого пріоритетного клапана, і до якого підключена система керування навісними агрегатами. Вхідний напірний канал p_n насоса-дозатора НД з'єднано з виходом насоса живлення Н, а зливний канал T з'єднується зі зливною магістраллю всієї гідросистеми трактора, звідки РР потрапляє в гідробак Б через оливаохолоджувач АТ та фільтр Ф.

Вмонтована в гідророзподільник Рнд функція пріоритету за лінією $p_n(EF)$ забезпечує подачу частини витрати насоса $Q_{\text{сум}}$ в першу чергу до системи рульового керування в кількості, що визначається швидкістю обертання керма, а решта відводиться до системи керування навісними агрегатами.

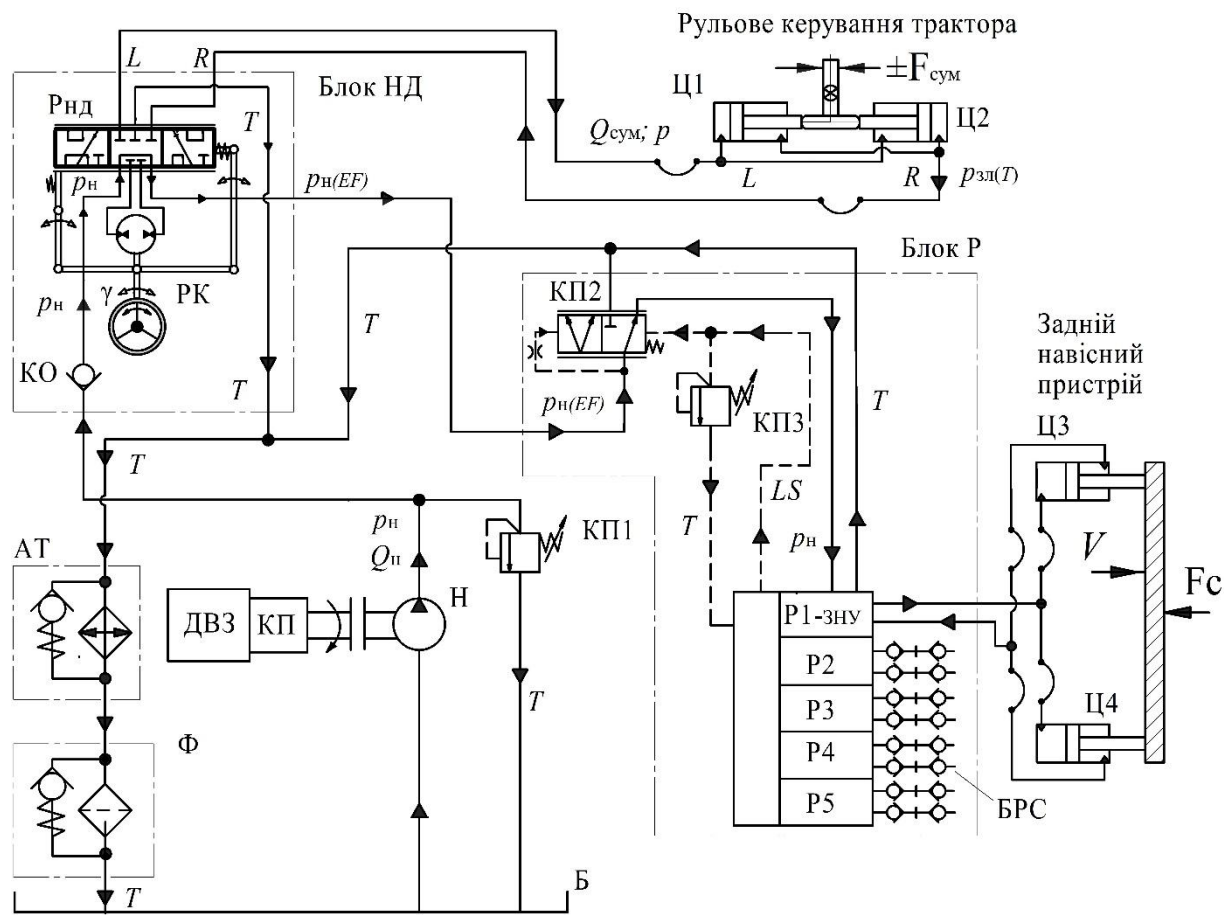


Рис. 1. Розрахункова схема динаміки ОГП системи рульового керування

Система гідропривода рульового керування містить насос-дозатор НД, золотник розподільного вузла якого безпосередньо з'єднаний з рульовим колесом РК (кермом), поворот якого на кут γ задає керуючу дію цій системі. Основні вихідні канали L і R насоса-дозатора НД з'єднані з порожнинами виконавчих гідроциліндрів Ц1 і Ц2, штоки яких підключені зустрічно до сошки, від якої через систему важелів задають кут повороту керованим колесам. Тиск в каналі підведення РР до гідроциліндрів на схемі позначено p , а $p_{зл}$ в каналі відведення РР.

Система керування навісними агрегатами містить багатосекційний розподільник (блок Р), в комплекті з яким застосовується запобіжний

клапан непрямої дії – основний запобіжний клапан КП1 та допоміжний (пілотний) КП2.

Для заднього навісного пристрою (ЗНУ) використовується гідророзподільник Р1-зну, а для інших навісних агрегатів трактора використовуються розподільники Р2...Р5 з швидкороз'ємними з'єднаннями БРС.

Далі постало питання аналізу динамічних процесів в гідроциліндрах системи повороту коліс при різних величинах витрати $Q_{\text{сум}}$ від насоса-дозатора НД та різних значеннях зустрічного зовнішнього навантаження $F_{\text{сум}}$. Для проведення такого дослідження використаємо методику імітаційного математичного моделювання, розглядаючи зміну тиску в порожнинах гідроциліндрів та переміщення їх штоків.

Вихідним параметром насоса-дозатора є витрата $Q_{\text{сум}}$, яка може змінюватися за своїм значенням залежно від швидкості обертання рульового колеса. Іншою складовою дії на гідроциліндри є зовнішнє навантаження з боку коліс трактора $F_{\text{сум}}$, для подолання якого створюється необхідний тиск РР.

При побудові математичної моделі силової частини системи гідрооб'ємного рульового керування приймаємо наступні припущення:

- щільність РР (ρ) приймаємо постійною;
- нехтуємо витоками крізь поршневі та штокові ущільнення в гідроциліндрах;
- не враховуємо хвильові процеси в трубопроводах з причини їх невеликої довжини;
- розглядаємо додання системою значних навантажень, при яких тиск на виході з гідроциліндрів $p_{\text{зл}}$ незначний і їм можна знехтувати.

Математична модель розглядаємої системи з урахуванням прийнятих припущень для режиму повороту може бути представлена у наступному вигляді.

Сумарна витрата робочої рідини $Q_{\text{сум}}$, що подається з вихідних каналів насоса-дозатора, підводиться до поршневої порожнини гідроциліндра Ц1 та штокової гідроциліндра Ц2 (умовно розглядаємо поворот коліс наліво). На основі рівняння нерозривності РР баланс витрат для цієї ділянки можна записати у виді

$$Q_{\text{сум}} = Q_{1\text{п}} + Q_{2\text{шт}} + Q_{\text{деф}}, \quad (1)$$

де $Q_{1\text{п}}$ і $Q_{2\text{шт}}$ – витрати РР на вході в поршкову порожнину гідроциліндра Ц1 та штокову порожнину гідроциліндра Ц2; $Q_{\text{деф}}$ – витрати РР на її деформацію.

Складові рівняння (1) визначаються залежностями

$$Q_{\text{сум}} = V_{\text{нд}} \cdot n_{\text{к}}; \quad Q_{1\text{п}} = S_{1\text{п}} \cdot v; \quad Q_{2\text{шт}} = S_{2\text{шт}} \cdot v, \quad (2)$$

де $V_{\text{нд}}$ – робочий об'єм дозуючого вузла насоса-дозатора;

$n_{\text{к}}$ – швидкість обертання керма;

$$S_{1\text{п}} = \frac{\pi \cdot D_{\text{п}}^2}{4} \quad \text{і} \quad S_{2\text{шт}} = \frac{\pi}{4} (D_{\text{п}}^2 - d^2)$$

– площі поршня діаметром $D_{\text{п}}$ та ефективна площа штокової порожнини гідроциліндра при діаметрі штоку d , відповідно; v – швидкість переміщення штоків гідроциліндрів.

Деформаційна витрата визначається як

$$Q_{\text{деф1}} = [(V_{01} + S_{1\text{п}}) / E] (dp / dt); \quad Q_{\text{деф2}} = [(V_{02} + S_{2\text{шт}}) / E] (dp / dt), \quad (3)$$

де p – тиск в порожнинах гідроциліндрів Ц1 і Ц2 (приймаємо однаковим згідно закону Паскаля для РР);

V_{01} і V_{02} – початкові об’єми в поршневій (для Ц1) та штоковій (для Ц2) порожнинах, відповідно (надалі приймаємо $V_{\text{сум}} = V_{01} + V_{02}$);

E – модуль пружності РР.

Після перетворень формула для балансу витрат РР для ділянки вихідного каналу насоса-дозатора приймає вид

$$Q_{\text{сум}} = \nu \frac{\pi}{4} (2D_{\text{п}}^2 - d^2) + \frac{V_{\text{сум}} + y \frac{\pi}{4} (2D_{\text{п}}^2 - d^2)}{E} \cdot \frac{dp}{dt}. \quad (4)$$

Після перетворення до форми Коші відносно похідної dp / dt одержимо наступне рівняння

$$\frac{dp}{dt} = E \frac{Q_{\text{сум}} - \nu \frac{\pi}{4} (2D_{\text{п}}^2 - d^2)}{V_{\text{сум}} + y \frac{\pi}{4} (2D_{\text{п}}^2 - d^2)}, \quad (5)$$

і після його інтегрування визначаємо зміну тиску в часі в гідроциліндрах системи рульового керування

$$p = \int_0^t E \frac{Q_{\text{сум}} - \nu \frac{\pi}{4} (2D_{\text{п}}^2 - d^2)}{V_{\text{сум}} + y \frac{\pi}{4} (2D_{\text{п}}^2 - d^2)} dt. \quad (6)$$

Рівняння руху штоків навантажених гідроциліндрів Ц1 і Ц2, виходячі з принципу Даламбера, має вид

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} \left[(S_{1\text{п}} + S_{2\text{п}} - S_{2\text{шт}}) p - F_1 - F_2 - F_{1\text{ж.тр}} - F_{2\text{ж.тр}} - \left[-F_{1\text{тр}} - F_{2\text{тр}} \right] \right], \quad (7)$$

де m – маса, що підлягає повороту;

$F_1 + F_2 = F_{\text{сум}}$ – сумарне зовнішнє зусилля (навантаження), що долається двома гідроциліндрами;

$F_{1\text{ж.тр}}$ і $F_{2\text{ж.тр}}$ – рідинне тертя в гідроциліндрах Ц1 і Ц2, відповідно;

$F_{1\text{тр}}$ і $F_{2\text{тр}}$ – напівсухе тертя поршнів та штоків гідроциліндрів Ц1 і Ц2, відповідно.

Зробимо припущення про постійність тертя в обох гідроциліндрах Ц1 і Ц2

$$F_{\text{ж.тр}} = F_{1\text{ж.тр}} + F_{2\text{ж.тр}} = \text{const}; F_{\text{тр}} = F_{1\text{тр}} + F_{2\text{тр}} = \text{const}, \quad (8)$$

та з урахуванням $S_{1\text{п}} = S_{2\text{п}}$ отримаємо таку форму запису рівняння (7)

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} \left[(2S_{1\text{п}} - S_{2\text{шт}})p - F_{\text{сум}} - F_{\text{ж.тр}} - F_{\text{тр}} \right]. \quad (9)$$

Після двох послідовних інтегрувань цього рівняння маємо вирази для швидкості та переміщення штоків гідроциліндрів при повороті трактора

$$v = \int_0^t \frac{1}{m} \left[\frac{\pi}{4} (2D_{\text{п}}^2 - d^2)p - F_{\text{сум}} - F_{\text{ж.тр}} - F_{\text{тр}} \right] dt; y = \int_0^t v dt. \quad (10)$$

Для проведення динамічного аналізу роботи розглядаємої системи скористаємося обчислювальними блоками пакету VisSim [2] з урахуванням використання блоків Variable. При моделюванні системи рульового керування з двома гідроциліндрами аналізуються перехідні процеси в системі і її вихід на сталий режим. При розрахунках за допомогою цих блоків задаємо лінійний закон зміни сили зовнішнього навантаження та витрати РР або задаємо їх числовими значеннями.

Для вирішення рівнянь математичної моделі скористаємося чисельним методом Рунге-Кутта четвертого порядку з дискретністю $\Delta = 0,001 \text{ с}$.

Результати досліджень отримані у вигляді розрахункових осцилограм.

Література

1. Сучасні тенденції розвитку систем гідрооб'ємного рульового керування / М. І. Іванов, О. М. Переяславський, С. А. Шаргородський, О. О. Моторна // Промислова гідраліка і пневматика – 2011. – 4(34). – С. 109–112.
2. Information on <https://b-lab.pro/ptv-vissim/>

ЗАСТОСУВАННЯ МОДИФІКОВАНОГО МЕТОДА ЕЙЛЕРА ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ДИНАМІКИ ОБ'ЄМНОГО ГІДРОПРИВОДА ПЕРЕСУВАННЯ МОБІЛЬНОГО ПІДЙОМНИКА

Метою роботи є аналіз динамічних характеристик об'ємного гідропривода (ОГП) мобільного представлений загальний вид мобільного підйомника з робочою платформою (МППП) фірми JLG Lift (США) [1].

На рис. 1. представлений загальний вид МППП фірми JLG Lift з піднятою нижньої стрілою. До складу МППП входять передні 1 і задні 2 керовані колеса, гідроциліндр 3 підйому нижньої стріли, пульти управління 4 і 15 (на робочій платформі), основна, середня і верхня секції нижньої стріли (вузол 8), гідроциліндр 9 підйому верхньої стріли 12, основна 10 і внутрішні 11 секції верхньої стріли 12, рукоять 13 підйому робочої платформи 14, система Sky Guard 16 (опція).

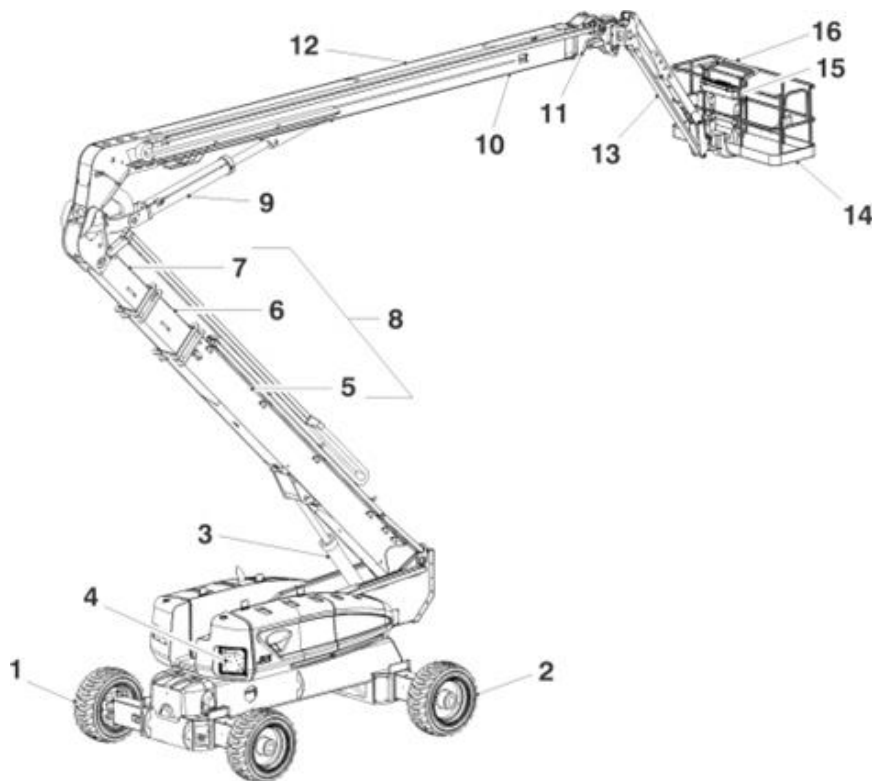


Рис. 1. Основні вузли МППП моделі JLG Lift в робочому положенні

На рис. 2 приведена розрахункова схема об'ємного гідропривода (ОГП), яка буде використовувана для аналізу його динаміки в складі пересування МПРП. Гідромотори героторного типу $M1...M4$ умовно показані як один загальний і приводиться в обертання від подачі РР насоса Н (аксіальнопоршневого з регульованим робочим об'ємом). Насос приводиться в обертання двигуном внутрішнього згорання Д (ДВЗ). На гідромотори діє підсумкове зовнішнє навантаження $ЗН$ (крутний момент супротиву). Гідромотори M приводять в обертання усі чотири колеса МПРП. Насоси та гідромотори мають втрати потужності, зокрема зовнішні та внутрішні витоки РР, які відносяться до коефіцієнту подачі для насоса і об'ємного ККД для гідромоторів, а також гідродинамічні та механічні втрати, які відносяться до гідромеханічного ККД гідромашин. Для спрощення вводимо еквівалентний робочий об'єм гідромотора, який дорівнює робочим об'ємам чотирьох гідромоторів, та також сумуємо витрати РР з цих гідромоторів і моменти інерції. Позначки на схемі будуть пояснюватись при складанні математичної моделі ОГП.

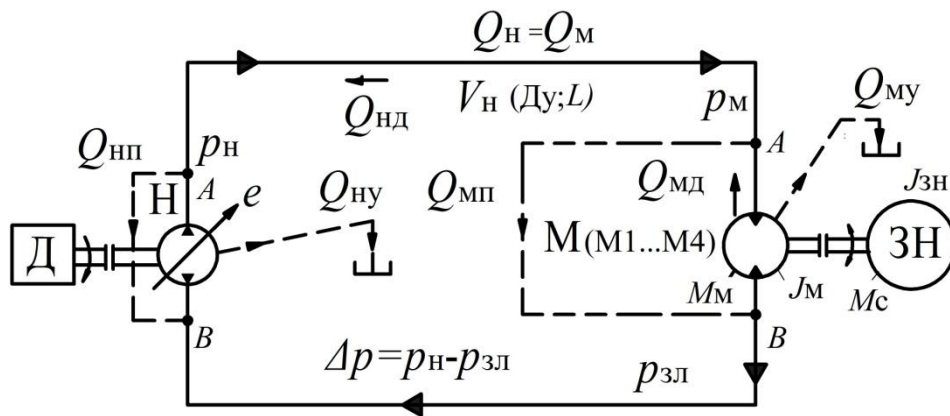


Рис. 2. Розрахункова схема динаміки ОГП пересування МПРП

За результатами проведених статичних розрахунків ОГП складемо математичну модель зміни динамічних характеристик гідромотора - частоти обертання і тиску в режимі розгону від часу. Скористаємося рекомендаціями по побудові математичної моделі [2] з урахуванням ОГП із замкнутим ланцюгом циркуляції робочої рідини [3] і виконаємо розрахунки

за допомогою обчислювального пакету VisSim [4;5]. У математичній моделі робляться наступні допущення: - модуль об'ємної пружності, температура, щільність і в'язкість РР є постійними значеннями;

- момент інерції приймається постійним;

- хвилові процеси в трубопроводах не враховуються в зв'язку їх незначною протяжністю (насос і гідромотор з'єднані досить короткими рукавами високого тиску);

- тиск на виході гідромотора (на злив) дорівнює тиску, що розвивається насосом підживлення, і приймається постійним;

- ККД гідромотора і насоса приймаються постійними.

Для аналізу динаміки ОГП розглянемо рівняння для визначення тиску p_m та частоти обертання ω_m гідромотора

$$p_m = \int_0^t \left[Q_H(t) - 10^{-3} V_m(t) \cdot n_m(t) - C_{пв} \cdot p_m(t) \right] \frac{E}{V_{тр}} dt, \quad (1)$$

$$\omega_m = \int_0^t \frac{1}{J} \left[W_m(p_H - p_{зл}) \cdot \eta_{мгм} - M_c \right] dt, \quad (2)$$

де Q_H - витрата насоса, л/с,

V_m — робочий об'єм гідромотора, еквівалентний чотирьом гідромоторам, як вказано вище, м³,

n_m - частота обертання гідромотора, с⁻¹;

$C_{пв}$ - підсумковий коефіцієнт витрати робочої рідини, м³/с.Па;

p_m — тиск в гідроприводі на вході в гідромотор, Па,

E — модуль пружності робочої рідини, Па,

$V_{тр}$ — об'єм РР в нагнітальній порожнині насоса, м³,

ω_H — кутова швидкість гідромотора, с⁻¹

J — момент інерції частин гідромотора і колеса, що обертаються, Н.м,с²/рад²;

$$W_m = \frac{V_{pm}}{2\pi} \quad - \text{характерний об'єм гідромотора (кожного з чотирьох),}$$

м³/рад,

p_n – тиск нагнітання насоса, Па,

$p_{зл}$ – тиск на зливі гідромотора, Па,

$\eta_{мгм}$ – гідромеханічний ККД гідромотора,

M_c – момент зовнішнього навантаження (момент опору), Н.м;

$V_{тр}$ – об'єм РР в нагнітальній порожнині насоса, м³;

На рис. 3 і 4 представлені осцилограми роботи ОГП пересування МПРП з завданням подачі насоса та навантаження гідромоторів за допомогою блока «map» пакету VisSim тільки для режиму зрушування МПРП.

Незалежно від часу збільшення витрати, тиск при пуску ОГП зростає до 20 МПа, а потім стабілізується на рівні 13,1 МПа, що відповідає значенням статичного розрахунку.

По іншому виглядають коливання та абсолютні значення частоти обертання гідромоторів. При збільшенні подачі насоса за 0,1 с частота обертання гідромотора не перевищує той, що встановилася в 42 хв⁻¹. А при інтенсивній подачі насоса за 0,001 с частота обертання зростає до 70 хв⁻¹.

Підвищення тиску та коливання частоти обертання гідромоторів в ОГП негативно впливає на довговічність насоса і гідромоторів, тому треба передбачити введення засобів автоматичного збільшення часу зростання розгону МПРП. Для цього в лініях управління робочим об'ємом насоса встановлюють демпфери (жиклери або дроселі), що сприяють зменшенню швидкості і часу переміщення похилого диску аксіальнопоршневого насоса з нейтрального положення в положення максимального куту нахилу.

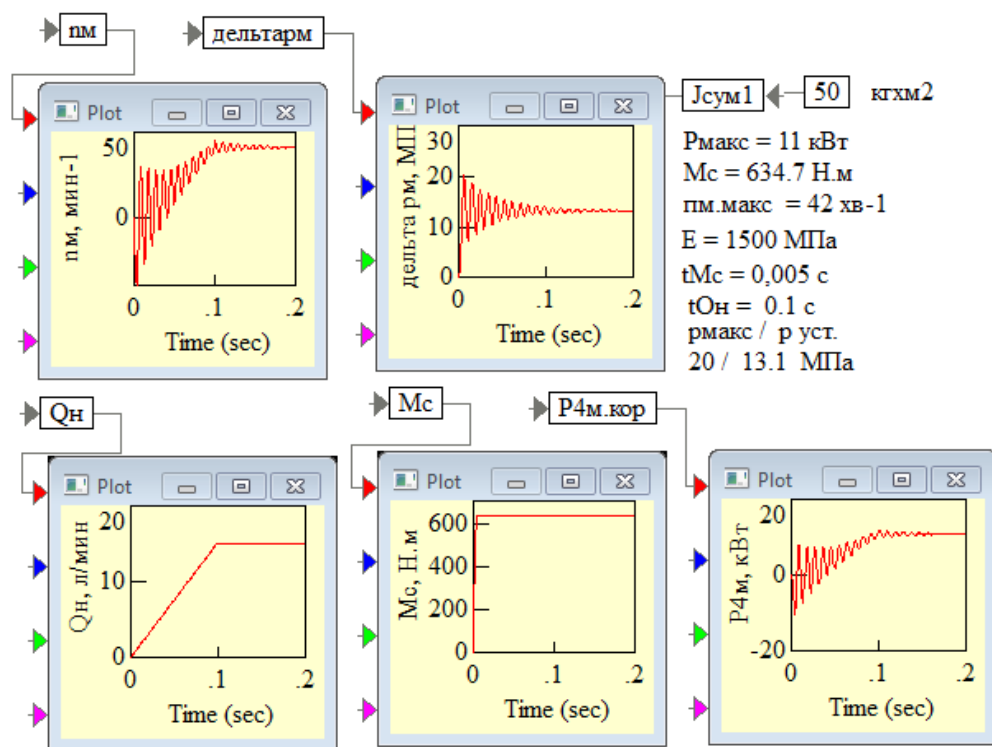


Рис. 3. Залежність частоти обертання гідромотора та тиску в ОГП МПРП при постійному значенні виходу на максимальний крутний момент 635 Н.м за 0,005 с і при часі виходу на максимальну витрату 15,2 л/хв за 0,1 с

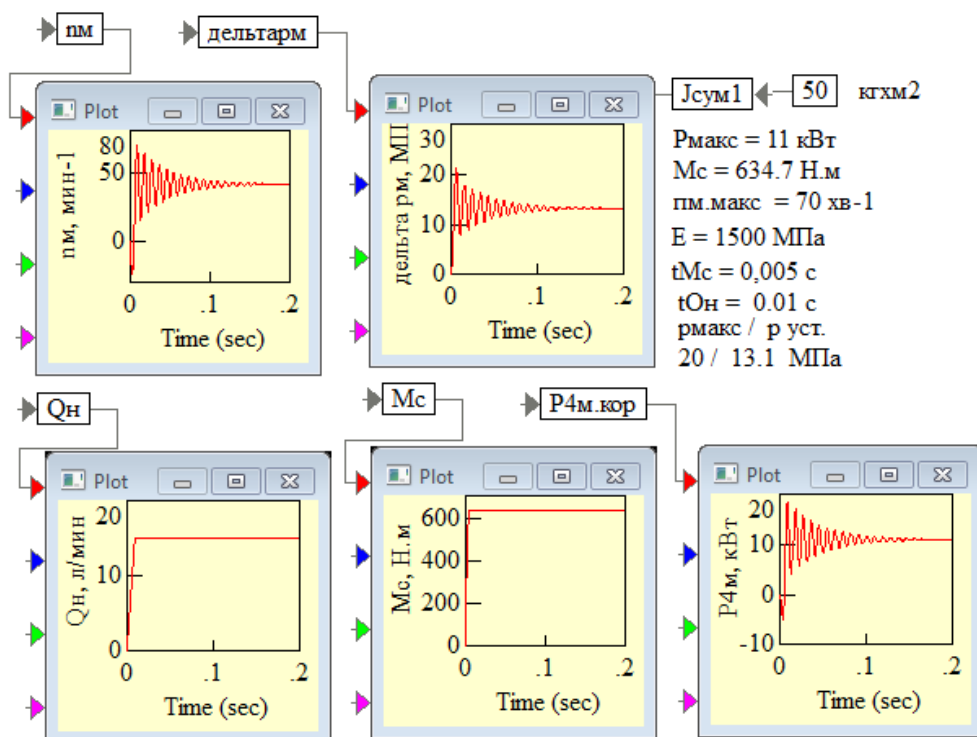


Рис. 4. Залежність частоти обертання гідромотора та тиску в ОГП МПРП при постійному значенні виходу на максимальний крутний момент

635 Н.м за 0,005 с і при часі виходу на максимальну витрату 15,2 л/хв за 0,01 с

Коливання частоти обертання гідромоторів і МПРП в цілому приводять до дискомфорту для працівників і знижують довговічність насоса і гідромоторів ОГП.

Висновки.

1. Аналіз результатів динамічних розрахунків виявляє суттєву залежність коливань гідромотора за тиском при зрушуванні МПРП. Тиск зрушування зростає до 20 МПа при тому, що встановився в 13 МПа. Також виявлені коливання частоти обертання гідромоторів залежно від часу збільшення подачі насоса.

2. Обов'язковою умовою плавного зрушування гідропривода є збільшення часу зростання подачі робочої рідини від насоса до гідромоторів.

Література

1. Service and Maintenance Manual. Model 1200SJP, 1350SJP. – JLG An Oshkosh Corporation Company. – P/N-3121142. – May 23, 2017. – 718 p.

2. Самородов В.Б. Аналіз динаміки бортового об'ємного гідропривода гусеничного трактора / В.Б. Самородов, Г.А. Аврунин, І.І. Мороз, О.В. Щербак // Науковий журнал «Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів». – Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка. – 2021. – № 23. – С. 94-106.

3. Avrunin H.A. Hidravlichne obladnannia budivelnykh ta dorozhnikh mashyn / H. A. Avrunin, I. H. Kyrychenko, V. B. Samorodov. – Pidruchnyk, KhNADU, 2016. – 438 s.

4. <https://b-lab.pro/ptv-vissim/>

5. Методи конструювання об'єктів в комп'ютерних системах / Методичні вказівки для студентів спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» // укл. І.Ю. Адашевська. – НТУ «ХП», 2019. – 36 с.

Харченко С. Д. (студ., 4 курс)
Горбунова С. І. (студ., 1 курс)
Науковий керівник - доц. Михайленко І. В.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

БІОРТОГОНАЛЬНІ БАЗИСИ У СПРЯЖЕНИХ ПРОСТОРАХ

Постановка задачі. У курсі лінійної алгебри було введено поняття лінійної форми, тобто лінійного функціоналу, який ставить у відповідність кожному вектору даного лінійного простору якесь дійсне число. На множині лінійних форм, заданих на цьому просторі розглядались лінійні операції. Виявилось, що відносно цих операцій множина лінійних форм утворює лінійний простір, який було названо спряженим до вихідного. Причому вимірності цих двох спряжених просторів співпадають. Було поставлене завдання звернути увагу на схожість подання образу лінійної форми з виразом для скалярного добутку векторів та розглянути таке подання. Перевірити виконання аксіом скалярного добутку векторів та використовуючи скалярний добуток, розглянути поняття ортогональності векторів спряжених просторів. Продумати можливість взаємної ортогональності базисних векторів спряжених просторів та розглянути поняття біортогональних базисів. Це дасть можливість спробувати використати дані поняття для розглядання та дослідження лінійних рівнянь та їх систем, що може дозволити подивитись на них під іншим кутом зору, а також використовувати ці поняття при моделюванні об'єктів та процесів, які описуються лінійними функціоналами, лінійними рівняннями та їх системами.

Взаємний скалярний добуток. Нагадаємо, що якщо вектор $\bar{x}$ розкладений по базису:

$$\bar{x} = \xi_1 \bar{e}_1 + \xi_2 \bar{e}_2 + \dots + \xi_n \bar{e}_n, \text{ то}$$

значення лінійної форми на цьому векторі має вигляд лінійної функції n змінних:

$$f(\bar{x}) = \xi_1 f(\bar{e}_1) + \xi_2 f(\bar{e}_2) + \dots + \xi_n f(\bar{e}_n) = a_1 \xi_1 + a_2 \xi_2 + \dots + a_n \xi_n,$$

де числа $a_1 = f(\bar{e}_1); a_2 = f(\bar{e}_2); \dots; a_n = f(\bar{e}_n)$ -

є образами базисних векторів при дії на них лінійної форми. Вони, по суті, і визначають лінійну форму.

Звернемо увагу на те, що запис для $f(\bar{x})$ має схожість з виразом для скалярного добутку двох векторів $f \in G'$ та $\bar{x} \in G$. Зауважимо, що простори G та G' , взагалі кажучи, не є евклідовими, тобто в них немає поняття скалярного добутку векторів. Введемо поняття *взаємного скалярного добутку* векторів цих просторів і стандартно позначимо його $(f, \bar{x})$. Тоді бачимо:

якщо $\bar{x} \in G$ а $f \in G'$, то $f(\bar{x}) = (f, \bar{x})$ - скалярний добуток.

Тобто значення лінійної форми $f \in G'$ на векторі $\bar{x} \in G$ дорівнює скалярному добутку цих векторів (нагадаємо, що лінійну форму f , як елемент лінійного простору G' , ми теж називаємо *вектором*).

Для коректності введення цього поняття зауважимо, що так як G та G' - лінійні простори, то стандартні властивості (аксіоми) операції скалярного добутку векторів виконуються

$$(f, \bar{x}_1 + \bar{x}_2) = (f, \bar{x}_1) + (f, \bar{x}_2);$$

$$(f, \lambda \bar{x}) = \lambda (f, \bar{x});$$

$$(f_1 + f_2, \bar{x}) = (f_1, \bar{x}) + (f_2, \bar{x});$$

$$(\lambda f, \bar{x}) = \lambda (f, \bar{x}).$$

Тут перша та третя рівність - це дистрибутивність скалярного добутку відносно додавання векторів, а друга та четверта - асоціативність скалярного добутку відносно числового множника.

Біортогональні базиси. За допомогою поняття взаємного скалярного добутку векторів спряжених просторів можна ввести поняття

ортогональності векторів цих просторів. Традиційно назвемо вектори $\bar{x} \in G$ та $f \in G'$ ортогональними, якщо їх скалярний добуток дорівнює нулю:

$$\bar{x} \in G, \quad f \in G' \quad f \perp \bar{x} \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} (f, \bar{x}) = 0.$$

Тоді виходить, що для того, щоб лінійна форма f відображала вектор $\bar{x}$ у число 0, необхідно та достатньо, щоб лінійна форма була ортогональна вектору.

Зокрема, якщо в лінійних просторах вибрано базиси, то можна розглянути випадок взаємної ортогональності векторів цих базисів. Якщо будемо вимагати, щоб вектори базисів, різні за номером, були ортогональні, а однакові за номером – мали скалярний добуток 1, прийдемо до поняття *біортогонального базису*, свого роду аналогу звичайного ортонормованого базису.

Означення. Нехай $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \dots, \bar{e}_n$ - базис у G та $f_1, f_2, \dots, f_n$ - базис у G' . Ці базиси називаються *біортогональними*, якщо взаємний скалярний добуток його векторів дорівнює 0 або 1 наступним чином

$$(f_i, \bar{e}_k) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } i = k \\ 0, & \text{якщо } i \neq k \end{cases} = \delta_{ik}, \quad (i, k = \overline{1, n}), \text{ де } \delta_{ik} - \text{символ Кронекера.}$$

Зразу ж виникає питання *існування та єдиності* біортогональних базисів.

Теорема. Для будь якого базису із G існує і тільки один базис із G' такий, що вони є біортогональними

Легко навести приклад біортогональних базисів: очевидно, біортогональними будуть *канонічні базиси* (базисні вектори з нулів та одиниць).

Твердження. Канонічні базиси – біортогональні.

Ці приклади пояснюють сказане:

$$(1, 0, \dots, 0) \cdot (1, 0, \dots, 0) = 1, \quad (1, 0, \dots, 0) \cdot (0, 1, \dots, 0) = 0.$$

Тобто, якщо одиниці знаходяться на однакових місцях, скалярний добуток дорівнює 1, а якщо на різних – 0.

Враховуючи єдиність біортогональних базисів, можемо стверджувати, що біортогональний базис до *канонічного* є *канонічним*.

Покажемо, як можна просто виразити координати векторів, користуючись біортогональністю базисів.

Нехай $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \dots, \bar{e}_n$ - базис у G та $f_1, f_2, \dots, f_n$ - базис у G' і вони біортогональні. Розкладемо вектор $\bar{X}$ по першому базису. Тоді, якщо помножити його скалярно на якийсь з векторів f_k , в силу ортогональності всі доданки, крім $\xi_k \bar{e}_k$, перетворяться на 0, а цей доданок $\xi_k \bar{e}_k$ перетвориться на ξ_k , і ми отримаємо

$$\xi_k = (f_k, \bar{X})$$

Тобто, щоб знайти k -ту координату вектору $\bar{X}$, треба помножити цей вектор на вектор f_k . Аналогічно виходить, щоб отримати k -ту координату лінійної форми f , треба помножити вектор f на вектор $\bar{e}_k$:

$$f_k = (f, \bar{e}_k).$$

Тепер згадаємо, що для звичайних геометричних векторів скалярний добуток найбільш просто обчислюється, якщо вони розкладені по ортонормованому базису. Цілком аналогічний результат виникає і тут. Легко показати, що якщо у біортогональних базисах вектори $\bar{X}$ та f мають відповідно вигляд $\bar{X} = \xi_1 \bar{e}_1 + \xi_2 \bar{e}_2 + \dots + \xi_n \bar{e}_n$ та

$$f = \eta_1 \bar{f}_1 + \eta_2 \bar{f}_2 + \dots + \eta_n \bar{f}_n,$$

то скалярний добуток цих векторів дорівнює сумі попарних добутків цих координат:

$$f(\bar{X}) = (f, \bar{X}) = \eta_1 \xi_1 + \eta_2 \xi_2 + \dots + \eta_n \xi_n.$$

Література:

1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посібн. / Ю. К. Рудавський, П. П. Костробій, Х. П. Луник, Д. В. Уханська, ДУ «Львівська політехніка», 1999. — 262 с.

Целуйко К. О. (студ., 1 курс).
Науковий керівник - доц. Михайленко І. В.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ЗАСТОСУВАННЯ ФУНКЦІЙ ВІД МАТРИЦІ ДО ІНТЕГРУВАННЯ СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ЗІ СТАЛИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

При вивченні різних фізичних процесів і явищ часто не вдається безпосередньо знайти закон, що зв'язує величини, які їх характеризують, але в той же час легко встановлюються залежності між тими ж величинами і їх похідними або диференціалами у вигляді диференціальних рівнянь та їх систем. Ми розглянемо метод побудови спеціальної функції від матриці - матричної експоненти, яка відіграє фундаментальну роль для інтегрування і дослідження систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

1. Розглянемо спочатку систему однорідних лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами першого порядку:

[illegible]

де t - незалежна змінна, $x_1, x_2, \dots, x_n$ - невідомі функції змінної t ,

a_{ik} ($i, k = 1, 2, \dots, n$) - комплексні числа.

Введемо в розгляд квадратну матрицю $A = \|a_{ik}\|_1^n$, складену з коефіцієнтів системи, і матрицю-стовпець невідомих $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Тоді

система рівнянь (1) може бути записана у вигляді одного матричного диференціального рівняння

$$\frac{dx}{dt} = Ax \quad (2)$$

Тут і надалі під *похідною від матриці* ми розуміємо матрицю, яку отримуємо з даної шляхом заміни всіх елементів їх похідними. Тому $\frac{dx}{dt}$, - матриця- стовпець з елементами $\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \dots, \frac{dx_n}{dt}$.

Будемо шукати рішення системи диференціальних рівнянь, що задовольняє заданим початковим умовам:

$$x_1|_{t=0} = x_{10}, x_2|_{t=0} = x_{20}, \dots, x_n|_{t=0} = x_{n0}$$

або в скороченому вигляді:

$$x|_{t=0} = x_0 \quad (3)$$

Розкладемо шуканий стовпець x в ряд Маклорена за степенями t :

$$x = x_0 + \dot{x}_0 t + \ddot{x}_0 \frac{t^2}{2!} + \dots, (\dot{x}_0 = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0}, \ddot{x}_0 = \left. \frac{d^2x}{dt^2} \right|_{t=0}, \dots) \quad (4)$$

Але з (2) почленим диференціюванням знаходимо:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = A \frac{dx}{dt} = A^2 x, \frac{d^3x}{dt^3} = A \frac{d^2x}{dt^2} = A^3 x, \dots \quad (5)$$

Підставляючи в (2) і (5) значення $t=0$, отримуємо:

$$\dot{x}_0 = Ax_0, \ddot{x}_0 = A^2 x_0, \dots$$

Тепер ряд (4) матиме вигляд:

$$x = x_0 + tAx_0 + \frac{t^2}{2!}A^2x_0 + \dots = e^{At}x_0 \quad (6)$$

Безпосередньою підстановкою в (2) переконуємося в тому, що (6) є розв'язком диференціального рівняння (2). Вважаючи в (6) $t=0$, знайдемо: $x|_{t=0}=x_0$. Таким чином, формула (6) дає нам розв'язок цієї системи диференціальних рівнянь, що задовольняє початковим умовам (3).

Покладаємо $f(\lambda) = e^{\lambda t}$. Тоді:

$$e^{At} = \|q_{ik}(t)\|_1^n = \sum_{k=1}^a (z_{k_1} + z_{k_2}t + \dots + z_{km_k}t^{m_{k-1}})e^{\lambda_k t} \quad (7)$$

Тепер розв'язок (6) може бути записано в наступній формі:

$$\begin{cases} x_1 = q_{11}(t)x_{10} + q_{12}(t)x_{20} + \dots + q_{1n}(t)x_{n0}, \\ x_2 = q_{21}(t)x_{10} + q_{22}(t)x_{20} + \dots + q_{2n}(t)x_{n0}, \\ \dots \\ x_n = q_{n1}(t)x_{10} + q_{n2}(t)x_{20} + \dots + q_{nn}(t)x_{n0}, \end{cases} \quad (8)$$

де $x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}$ – довільні сталі, які дорівнюють початковим значенням невідомих функцій $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Таким чином, інтегрування цієї системи диференціальних рівнянь зведено до обчислення елементів матриці e^{At} .

Якщо в якості початкового значення аргументу узяти значення $t=t_0$, то формула (6) заміниться формулою

$$x = e^{A(t-t_0)}x_0$$

2. Тепер розглянемо систему неоднорідних лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + f_1(t), \\ \frac{dx_2}{dt} = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + f_2(t), \\ \dots \\ \frac{dx_n}{dt} = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + f_n(t), \end{cases} \quad (9)$$

де $f_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) – неперервні функції в інтервалі $t_0 \leq t \leq t_1$. Визначаючи через $f(t)$ матрицю-стовпець з елементами $f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)$ знову вважаючи що $A = ||a_{ik}||_1^n$, систему (9) ми запишемо таким чином:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + f(t) \quad (10)$$

Введемо замість x новий стовбець невідомих функцій z , пов'язаний з x співвідношенням

$$x = e^{At}z \quad (11)$$

Диференціюючи окремо (11) та підставляючи отримане рівняння для $\frac{dx}{dt}$ у (10), знайдемо:

$$e^{At} \frac{dx}{dt} = f(t) \quad (12)$$

Звідси

$$z(t) = c + \int_{t_0}^t e^{-A\tau} f(\tau) d\tau \quad (13)$$

Тому згідно (12)

$$x = e^{At} \left[C + \int_{t_0}^t e^{-A\tau} f(\tau) d\tau \right] = e^{At} c + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} f(\tau) d\tau, \quad (14)$$

де c – стовбець з довільними сталими коефіцієнтами.

Дамо в (14) аргументу t значення t_0 знайдемо:

$$c = e^{-At_0} x_0$$

виходить, що рішення (14) може бути записано таким чином:

$$x = e^{A(t-t_0)} x_0 + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} f(\tau) d\tau \quad (15)$$

Вважаючи $e^{At} = \|q_{it}(t)\|_1^n$, ми відповідь (15) можемо записати у розгорнутому вигляді так:

$$\begin{aligned} x_1 &= q_{11}(t-t_0)x_{10} + \dots + q_{1n}(t-t_0)x_{n0} + \\ &+ \int_{t_0}^t [q_{11}(t-\tau)f_1(\tau) + \dots + q_{1n}(t-\tau)f_n(\tau)] d\tau, \\ &\dots \dots \dots \\ x_n &= q_{n1}(t-t_0)x_{10} + \dots + q_{nn}(t-t_0)x_{n0} + \\ &+ \int_{t_0}^t [q_{n1}(t-\tau)f_1(\tau) + \dots + q_{nn}(t-\tau)f_n(\tau)] d\tau, \end{aligned} \quad (16)$$

Висновки. Багато фізичних явищ і процесів у природі та техніці описуються за допомогою звичайних диференціальних рівнянь та їхніх систем. Застосування функцій від матриці до інтегрування системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами є одним з методів розв’язання систем лінійних диференціальних рівнянь. Теорія диференціальних рівнянь є потужним апаратом, необхідним для складання математичних моделей різних прикладних задач та їхнього розв’язування.

Література

1. Диференціальні рівняння. Навчальний посібник для інженерних спеціальностей [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. інженер. спеціальностей / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: І. М. Копась. – Електронні текстові дані (1 файл: 2504 Кбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 126 с.
2. Кривошея С. А., Перестюк Н. А., Бурим В. М. Диференціальні та інтегральні рівняння: Підручник. – К.: Либідь, 2004. – 408 с.
3. Луценко А. В. Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими матрицями : методичний посібник з курсу «Диференціальні рівняння» / А. В. Луценко, В. О. Скорик. – 2-ге вид., пер. з рос. – Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2013. – 23 с.

Щербініна Ю. В. (студ., 4 курс)

Магуріна П. І. (студ., 1 курс)

Науковий керівник - доц. Пташний О.Д.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ЛІНІЙНІ ФОРМИ ТА СПРЯЖЕНІ ПРОСТОРИ

Постановка задачі. У загальному курсі математичного аналізу вивчаються функції одного або декількох дійсних змінних. У випадку, наприклад, функції трьох змінних, аргументом її є фактично вектор тривимірного простору. Узагальнюючи розглядання, приходимо до поняття функції, заданої на довільному лінійному просторі. Якщо значеннями такої функції є вектори цього ж, або іншого простору, її традиційно називають оператором. У випадку лінійності функції – лінійним оператором. Тут ми розглянемо найпростіший випадок лінійної функції, визначеної на лінійному просторі, – функції, область значень якої є підмножиною множини дійсних чисел. Коротко кажучи, числової функції, яку звичайно називають лінійною формою. Поставлено завдання вивчити поняття лінійної форми (лінійного функціоналу, визначеного на даному лінійному просторі), впевнитись, що множина лінійних форми теж утворює лінійний простір, який далі будемо називати *спряженим*, впевнитись, що значення лінійної форми може бути подане, як скалярний добуток векторів цих двох просторів. Це дасть можливість спробувати використати дані поняття для розглядання та дослідження лінійних рівнянь та їх систем, що може дозволити подивитись на них під іншим кутом зору, а також використовувати ці поняття при

моделюванні об'єктів та процесів, які описуються лінійними функціоналами, лінійними рівняннями та їх системами.

Лінійний функціонал та його координатна функція. обговоримо необхідну термінологію. По-перше уточнимо поняття *лінійної функції декількох змінних*.

Означення 1. Лінійною функцією n змінних називається функція $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ виду $f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) = a_1 \xi_1 + a_2 \xi_2 + \dots + a_n \xi_n$,

де $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) \in \mathbb{R}^n$, $a_1, a_2, \dots, a_n$ - якісь числа.

Тобто значення лінійної функції є лінійними комбінаціями змінних. Таким чином лінійна функція повністю визначається набором коефіцієнтів $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Приклад:

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}; \quad f(x, y, z) = 2x - 3y + 5z.$$

Далі будемо розглядати функції, областю визначення яких є лінійний простір, а значеннями – числа.

Означення 2. Нехай G - лінійний простір. Числова функція $f : G \rightarrow \mathbb{R}$ називається *функціоналом*. Тобто, функціонал f кожному вектору $\bar{x} \in G$ ставить у відповідність число $f(\bar{x}) \in \mathbb{R}$.

Якщо у лінійному просторі G вибрано базис, то вектор $\bar{x} \in G$ повністю визначається своїми координатами. Тоді $f(\bar{x})$ є *функцією n змінних* - координат цього вектору. Будемо називати її *координатною функцією функціоналу f* та позначати тією ж буквою f .

Про що йде мова, про функціонал, або його координатну функцію, буде завжди ясно з контексту. Будемо писати

$$f(\bar{x}) = f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n).$$

Означення 3. Функціонал $f : G \rightarrow \mathbb{R}$ називається *лінійним функціоналом*, або *лінійною формою*, якщо:

1) для будь-яких двох векторів $\bar{x}$ та $\bar{y}$ образ $f(\bar{x} + \bar{y})$ їх суми дорівнює сумі образів $f(\bar{x})$ та $f(\bar{y})$

2) Числовий множник можна виносити за знак функціоналу.

Виникає істотне питання: якою повинна бути координатна функція лінійної форми? Логічно припустити, що це є лінійна функція.

Теорема. Для того, щоб функціонал $f : G \rightarrow \mathbb{R}$ був лінійною формою необхідно та достатньо, щоб його координатна функція була лінійною функцією n змінних – координат векторів $\bar{x} \in G$.

Проведемо доведення цієї теореми хоча б в один бік, і тоді стане ясно, як саме будується координатна функція лінійної форми.

Доведення необхідності. Нехай $(\bar{e}_1, \bar{e}_2, \dots, \bar{e}_n)$ – базис простору G , а $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ – координати вектора $\bar{x} \in G$ у цьому базисі, тобто $\bar{x} = \xi_1 \bar{e}_1 + \xi_2 \bar{e}_2 + \dots + \xi_n \bar{e}_n$. Тоді у силу лінійності функціоналу f , отримуємо

$$f(\bar{x}) = f(\xi_1 \bar{e}_1 + \xi_2 \bar{e}_2 + \dots + \xi_n \bar{e}_n) = \xi_1 f(\bar{e}_1) + \xi_2 f(\bar{e}_2) + \dots + \xi_n f(\bar{e}_n)$$

Позначимо числа $f(\bar{e}_1), f(\bar{e}_2), \dots, f(\bar{e}_n)$ – образи базисних векторів відповідно $a_1, a_2, \dots, a_n$. Тоді $f(\bar{x}) = a_1 \xi_1 + a_2 \xi_2 + \dots + a_n \xi_n$, тобто координатна функція є лінійною функцією координат вектора, що і треба було довести.

Операції над лінійними формами. Розглянемо множину $G' = \{f : G \rightarrow \mathbb{R}\}$ всіх лінійних форм, визначених на лінійному просторі G . Введемо на цій множині операції додавання та множення на число

Означення 4. Нехай f, g – лінійні форми. Їх сумою $f + g = h$ називається такий функціонал, що – такий функціонал h , що

$$\forall \bar{x} \in G : h(\bar{x}) = f(\bar{x}) + g(\bar{x}).$$

Нехай $\lambda \in \mathbb{R}$. Добутком лінійної форми f число λ називається такий функціонал $\lambda f = p$, що $\forall \bar{x} \in G: p(\bar{x}) = \lambda f(\bar{x})$.

Виникає питання, чи є сума лінійних форм та добуток лінійної форми на число теж лійнними формами? Тобто чи множина G' всіх лінійних форм, визначених на просторі G замкнена відносно цих операцій.

Теорема. Якщо $f, g \in G'$, $\lambda \in \mathbb{R}$, то $f + g = h \in G'$ та $\lambda f = p \in G'$, тобто $G' = \{f : G \rightarrow \mathbb{R}\}$ є лінійним простором.

Висновок: Множина G' всіх лінійних форм, визначених на лінійному просторі G замкнена відносно введених операцій додавання та множення на число і тому є теж лінійним простором.

Означення 5. Лінійний простір G' називається *спряженим* до простора G .

Нагадаємо, що елементами простору G є вектори $\bar{x}$ (їх називають контраваріантними), а елементами спряженого простору G' є лінійні форми f . Будемо називати їх теж векторами (коваріантними). Можна показати, що лінійні простори G та G' мають однакову вимірність.

Теорема. Простори G та G' мають однакову вимірність:

$$\dim G' = \dim G.$$

Означення 6. Лінійний простір $G' = \{f : G \rightarrow \mathbb{R}\}$ називається *спряженим* до простору G .

У подальшому дослідженні треба з'ясувати, як виражається образ вектора при дії на нього лінійної форми через його координати, якщо у просторі вибрано базис, та як задати базис у спряженому просторі. Однакова вимірність просторів G та G' вказує на їх можливий ізоморфізм.

Література

1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посібн. / Ю. К. Рудавський, П. П. Костробій, Х. П. Луник, Д. В. Уханська, ДУ «Львівська політехніка», 1999. — 262 с.

ФУНДАМЕНТАЛЬНІ ОСНОВИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОФЕСІЙНО-ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

УДК 004.942:[3275

Байдик І. А. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – доц. Гриб'юк О. О

Міжнародний науково-технічний Університет імені академіка Ю.Бугая

МЕТОДИ ТА ІНСТРУМЕНТАЛЬНІ ЗАСОБИ РОЗРОБЛЕННЯ ІГРОВОГО ЗАСТОСУНКУ У ЖАНРІ ГОЛОВОЛОМКИ З ВИКОРИСТАННЯМ ІМЕРСИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Пропоноване дослідження спрямоване на вивчення та розробку новаторських підходів до створення ігрових застосунків із доббором необхідних методів, інструментальних засобів і виваженим використанням варіативних моделей комп'ютерно орієнтованих методичних систем (КОМСДН) [1], у тому числі адаптованих формалізмів декларативних і процедурних знань в процесі розв'язування дослідницьких задач, які поєднують у собі класичну геймплейну механіку з передовими імерсивними технологіями, з метою створення захоплюючого та неповторного досвіду для гравців [2].

Метою дослідницької роботи є апробування методів об'єктно-орієнтованого програмування з виокремленням станів у процесі створення ігрового застосунку в жанрі головоломки "Тетріс", що має користувацький інтерфейс, представлений у дослідженні. У процесі дослідження здійснено ґрунтовний аналіз і визначено високорівневі потреби та аналіз можливостей ігровий застосунок у жанрі головоломки, пошук зручної, ефективної програмної системи.

Генерація ігрового застосунку у жанрі головоломки вимагає розумного підходу, оскільки успішність гри може значно залежати від того, наскільки добре спроектованими є генеровані головоломки. Комбінування різних стратегій та алгоритмів може допомогти створити захоплюючий та

різноманітний досвід гри для гравців [3]. Головним об'єктом у контексті організації роботи програми є «Меню» (рис. 1). Воно складається з елементів: гра, опис та вихід. Розглянемо детально елемент гра, який організовує процес взаємодії користувача та програми. Даний елемент включає об'єкт «Менеджер гри». Основні задачі даного об'єкту слідкувати за зміною розташування елементів ігрової сцени та виконувати аналіз побудови фігур. Об'єкти «Ігрове поле» та «Інформаційне поле» слідкують, відповідно, за зміну розташування фігур та елементів «Наступна фігура» та «Очки».

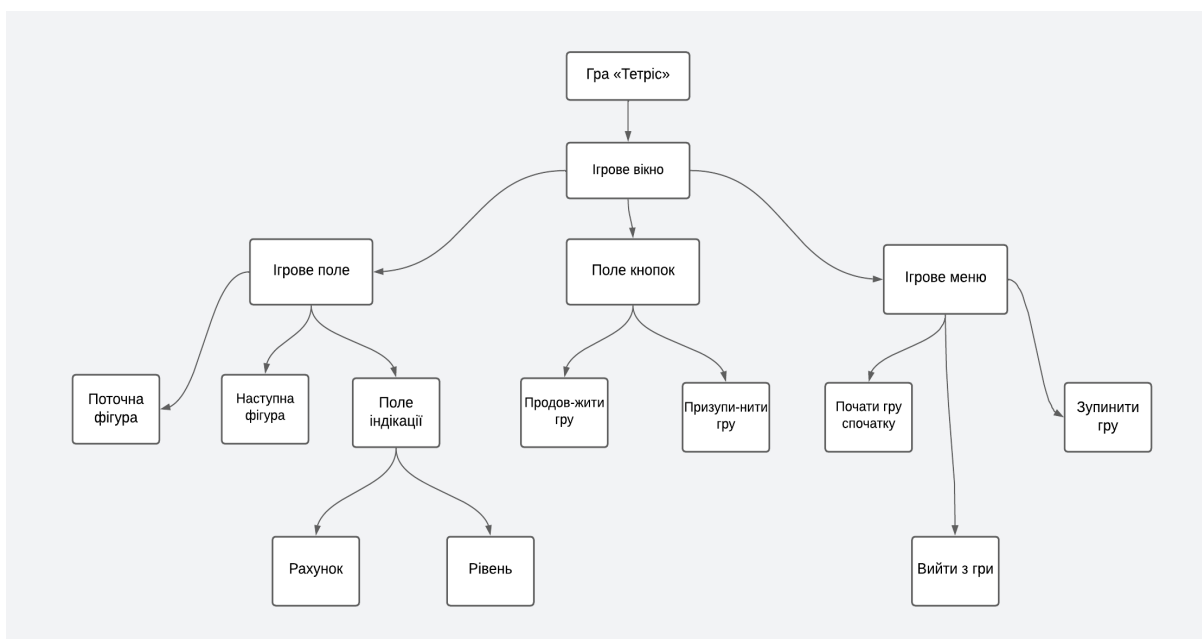


Рис. 1. Ієрархія об'єктів ігрового застосунку у жанрі головоломки «Тетріс»

У дослідженні розроблено діаграму станів, де відображаються різноманітні стани перебування гравців, а також переходи між цими станами відповідно до подій або дій гравця. Для гри типу «Тетріс» у діаграмі станів передбачаються: 1. Початковий стан (*Start*): Гравець входить в гру, гра на початку. 2. Гра в процесі (*Playing*): гравець активно керує падаючими фігурами, намагаючись заповнити рядки, щоб вони зникли. 3. Пауза (*Pause*): гра зупинена на деякий час, гравець може відпочити або переглянути налаштування гри. 4. Гра закінчена (*Game Over*): гравець програв, оскільки

рядки доторкнулися верхньої межі ігрового поля. 5. Виграш (Victory): гравець успішно заповнив вказану кількість рядів і переміг у грі.

Нижче пропонується фрагмент модулів *game.cpp*, *field.cpp*.

```
//-----  
#include <vcl.h>  
#pragma hdrstop  
#include "game.h"  
//-----  
#pragma package(smart_init)  
#pragma resource "*.dfm"  
TForm3 *Form3;  
//-----  
__fastcall TForm3::TForm3(TComponent* Owner)  
: TForm(Owner)  
{  
}  
//-----  
void __fastcall TForm3::Timer1Timer(TObject *Sender)  
{  
// перемалювати сцену  
if(fld->IsEmpty())  
{  
fld->newFigure();  
}  
fld->Hide(Image2->Canvas);  
fld->moveDown();  
fld->Show(Image2->Canvas);  
}  
//-----
```

```

void    __fastcall    TForm3::Button1Click(TObject    *Sender)
{
//                                fld->Show(Image2->Canvas);
}

//-----
void    __fastcall    TForm3::Button2Click(TObject    *Sender)
{
Timer1->Enabled                                =                                false;
}

//-----
void    __fastcall    TForm3::Label4Click(TObject    *Sender)
{
Timer1->Enabled                                =                                true;
fld = new fieldFigures(Image2->Width / 10, Image2->Height / 20);
}

//-----
void    __fastcall    TForm3::Label5Click(TObject    *Sender)
{
Timer1->Enabled                                =                                false;
}

//-----
void __fastcall TForm3::FormKeyDown(TObject *Sender, WORD
&Key,
TShiftState                                Shift)
{
switch(Key)
{
case                                37:                                fld->Hide(Image2->Canvas);
fld->moveLeft();

```

```

fld->Show(Image2->Canvas);
break;
case
fld->Hide(Image2->Canvas);
fld->moveRight();
fld->Show(Image2->Canvas);
}
}
//-----

модуль
//-----

#pragma
#include
//-----

#pragma
fieldFigures :: fieldFigures(int w, int h)
{
width = w;
height = h;
empty = true;
fig = new Figures();
for(int i = 0; i < N; i++)
{
for(int j = 0; j < M; j++)
{
matr[i][j] = 0;
}
}
}

```

```

void fieldFigures :: moveDown()
{
    if(!canMove())
    {
        empty = true;
        for(int i = N - 1; i > 0; i--)
        {
            for(int j = 0; j < M; j++) if(matr[i][j] == 1) matr[i][j] = 2;
        }
    }
    else
    {
        for(int i = N - 1; i > 0; i--)
        {
            for(int j = 0; j < M; j++)
            if(matr[i - 1][j] == 1)
            {
                matr[i][j] = matr[i - 1][j];
                matr[i - 1][j] = 0;
            }
        }
    }
}

void fieldFigures :: moveLeft()
{
    if(canMoveLeft())
    {
        for(int i = N - 1; i > 0; i--)
        {

```

```

for(int j = 0; j < M - 1; j++)
if(matr[i][j+1] == 1)
{
matr[i][j] = matr[i][j+1];
matr[i][j+1] = 0;
}
}
}
}

void fieldFigures :: moveRight()
{
if(canMoveRight()
{
for(int i = N - 1; i > 0; i--)
{
for(int j = M - 1; j > 0; j--)
if(matr[i][j - 1] == 1)
{
matr[i][j] = matr[i][j - 1];
matr[i][j - 1] = 0;
}
}
}
}

bool fieldFigures :: isLine()
{
return false;
}

int fieldFigures :: isDraw(int i, int j)

```

```

{
return    matr[i][j]    ==    0    ?    false    :    true;
}

void      fieldFigures::Show(TCanvas      *can)
{
can->Pen->Color      =      clBlack;
for(int    i    =    0;    i    <    N;    i++)
{
for(int    j    =    0;    j    <    M;    j++)
if(isDraw(i,      j))
{
can->Rectangle(j    *    getWidth(),    i    *    getHeight(),
(j    +    1)    *    getWidth(),    (i    +    1)    *    getHeight());
}
}
}

void      fieldFigures::Hide(TCanvas      *can)
{
can->Pen->Color      =      clWhite;
for(int    i    =    0;    i    <    N;    i++)
{
for(int    j    =    0;    j    <    M;    j++)
if(isDraw(i,      j))
{
can->Rectangle(j    *    getWidth(),    i    *    getHeight(),
(j    +    1)    *    getWidth(),    (i    +    1)    *    getHeight());
}
}
}
}

```

```

void fieldFigures :: newFigure()
{
    empty = false;
    int Num = fig->getRand(MAX_FIG);
    for(int i = 0; i < 3; i++)
    {
        for(int j = 3; j < 6; j++)
        {
            if(matr[i][j] + figArr[Num][i][j - 3] <= 1)
            {
                matr[i][j] += figArr[Num][i][j - 3];
            }
            else
                gameOver();
        }
    }
}

void fieldFigures :: gameOver()
{
    // ShowMessage("Game Over!!!");
}

bool fieldFigures :: canMove()
{
    bool res = true;
    for(int j = 0; j < M; j++)
        if(matr[N-1][j] == 1)
        {
            res = false;
            break;
        }
    if(!res)
        return res;
}

```



```

else
{
for(int i = N - 2; i >= 0; i--)
{
for(int j = 0; j < M; j++)
{
if((matr[i][j] == 1) && (matr[i+1][j] == 2))
{
res = false;
break;
}
}
}
return res;
}

bool fieldFigures :: canMoveLeft()
{
bool res = true;
for(int i = 0; i < N; i++)
if(matr[i][0] == 1)
{
res = false; break;
}
if(!res) return res;
else
{
for(int i = N - 1; i >= 0; i--)
{

```

```

for(int j = 1; j < M; j++)
{
    if((matr[i][j] == 1) && (matr[i][j-1] == 2))
    {
        res = false;
        break;
    }
}
return res;
}

bool fieldFigures :: canMoveRight()
{
    bool res = true;
    for(int i = 0; i < N; i++)
        if(matr[i][M-1] == 1)
        {
            res = false; break;
        }
    if(!res) return res;
    else
    {
        for(int i = N - 1; i >= 0; i--)
        {
            for(int j = 0; j < M - 1; j++)
            {
                if((matr[i][j] == 1) && (matr[i][j+1] == 2))
                {

```

```

res                                =                                false;
break;
}
}
}
return                                res;
}
}

```

На підставі аналізу результаті дослідження можна зробити *висновки*:

1. Виважене використання імерсивних технологій сприяє оновленню можливостей для геймдизайну. Вони дозволяють гравцям «реалістично» зануритися в ігровий процес [4].
2. Використання VR може додати нові рівні інтерактивності та реалізму. Гравці можуть відчувати, ніби самі опинилися у середині ігрового світу, і керувати падаючими блоками за допомогою рухів своїх рук.
3. AR може дозволити гравцям інтегрувати ігрові об'єкти у необхідне реальне оточення [5]. Наприклад, вони можуть грати «Тетріс» на поверхнях навколишнього простору або взаємодіяти з ігровими об'єктами у своєму життєвому середовищі.
4. Вибір між VR та AR залежить від конкретних цілей проекту та вподобань аудиторії. VR може надати більшу іммерсію, але вимагає обладнання, тоді як AR може бути більш доступним для широкої аудиторії [6].
5. У процесі програмування з використанням імерсивних технологій [7] важливо забезпечити гармонійну інтеграцію геймплею та інтерфейсу з ігровим простором, що допоможе забезпечити позитивний досвід гравців і виважено оптимізувати ефект іммерсії.

Анотація. Використання імерсивних технологій у процесі розроблення ігрових застосунків у жанрі головоломки відкрити нові можливості для творчості гейм дизайнерів, збагачуючи арсенал в процесі проектування і

програмування гри, в результаті ігровий досвід збагачується, стаючи захоплюючим та емоційно насиченим для гравців. Розглядається приклад програмної реалізації гри «Тетріс» з використанням імерсивних технологій як інструментів для забезпечення розвитку майбутнього інженера.

Ключові слова: імерсивні технології, дослідницьке навчання, варіативні моделі, об'єктно орієнтованого програмування, комп'ютерне моделювання, варіативні моделі, ігрові застосунки в жанрі головоломки, КОМСДН, IVR.

Література

1. Гриб'юк О.О. Імерсивні технології в освіті: особливості когнітивного розвитку дитини у віртуальному середовищі в процесі дослідницького навчання. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: збірник наукових праць*. Київ-Вінниця: ТОВ Фірма «Планер», 2020.
2. Гриб'юк О.О. Комп'ютерне моделювання та робототехніка в навчально-виховному процесі сучасного навчального закладу. // *Сьома міжнародна науково-практична конференція FOSS Lviv-2017: Збірник наукових праць*, 27-30 квітня 2017 року, м. Львів. С. 38-43. ISBN 978-966-2598-86-5.
3. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: *Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer*. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.
4. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] *Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie*, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznaskiej (WPP), 2019. P. 101-119.
5. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers "Clever". In: , et al. *Innovations in Mechatronics Engineering II. icieng 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. 2022.
6. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) *Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.
7. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds). *Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.

РОЗРОБЛЕННЯ ЗАСТОСУНКУ ДЛЯ АНАЛІЗУ ТРАНЗАКЦІЙ ІНТЕРНЕТ БАНКУ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДІВ BIG DATA

У процесі розроблення застосунку для аналізу транзакцій інтернет банку «FinSight» із використанням методів Big Data передбачалося використання технології штучного інтелекту (AI). Використання Big Data дозволяє нам обробляти великі обсяги даних, що надходять в реальному часі, а також здійснювати глибокий аналіз цих даних для виявлення важливих залежностей та трендів [1]. Цей застосунок буде використовуватися для відслідковування та аналізу фінансових транзакцій клієнтів інтернет-банку.

У рамках дослідження пропонуються основні компоненти:

1. Дашборд: головна сторінка застосунку, де користувач може швидко отримати огляд загальної ситуації з фінансових транзакцій. Дашборд містить графіки, діаграми та інші візуальні елементи для відображення різноманітної інформації, такої як суми транзакцій за період, категорії витрат, статистика доходів тощо.

2. Список транзакцій: сторінка, де користувач може переглядати докладну інформацію про кожну транзакцію. Тут відображається дата, сума, категорія, відправник/одержувач, статус тощо. Користувач може здійснювати сортування і фільтрування транзакцій з урахуванням різних параметрів.

3. Аналітика: сторінка, яка надає розширений аналітичний звіт з фінансових транзакцій. Тут користувач може проводити детальний аналіз витрат, виявляти тренди та шаблони споживання, отримувати рекомендації щодо ефективного управління фінансами.

4. Пошук і фільтрація [2]: функціонал, який дозволяє користувачеві швидко знаходити потрібні транзакції за допомогою пошуку та різних фільтрів (наприклад, за датою, сумою, категорією тощо).

5. Налаштування [3]: сторінка, де користувач може налаштувати особисті налаштування свого облікового запису, такі як пароль, способи сповіщень, мова інтерфейсу тощо.

6. Мобільна сумісність: враховуючи тенденцію до мобільності, візуальний застосунок має бути оптимізований для використання на мобільних пристроях, таких як смартфони та планшети [4].

У процесі дослідження розроблено:

1. Модуль авторизації та реєстрації, що відповідає за аутентифікацію користувача, авторизацію та реєстрацію користувачів. Цей модуль перевіряє ввід коректних даних при авторизації та реєстрації користувача [5].

2. Модуль перегляд історії транзакцій, що відповідає за перегляд транзакцій користувача такі як: зняття коштів с картки, поповнення картки.

3. Модуль перегляду балансу: модуль відповідає за перегляд балансу в своєму особистому кабінеті.

Нижче пропонуються практичні аспекти дослідження.

```
<!DOCTYPE html>
```

```
<html lang="en">
```

```
<head>
```

```
  <meta charset="UTF-8">
```

```
  <meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1.0">
```

```
  <title>Internet Bank Transactions</title>
```

```
  <link rel="stylesheet" href="styles.css">
```

```
</head>
```

```
<body>
```

```
  <div class="container">
```

```
    <h1>Internet Bank Transactions</h1>
```

```
    <div id="transactions"></div>
```

```
  </div>
```

```
  <script src="script.js"></script>
```

```
document.addEventListener("DOMContentLoaded", function() {
```

```

    fetchTransactions();
  });

function fetchTransactions() {
  fetch('https://api.bank.com/transactions')
    .then(response => response.json())
    .then(transactions => {
      displayTransactions(transactions);
    })
    .catch(error => {
      console.error('Error fetching transactions:', error);
    });
}

function displayTransactions(transactions) {
  const transactionsElement = document.getElementById('transactions');
  transactions.forEach(transaction => {
    const transactionElement = document.createElement('div');
    transactionElement.classList.add('transaction');
    transactionElement.innerHTML = `
      <p>Date: ${transaction.date}</p>
      <p>Amount: ${transaction.amount}</p>
      <p>Description: ${transaction.description}</p>
    `;
    transactionsElement.appendChild(transactionElement);
  });
}

// usersdata

import requests
url = 'https://api.bank.com/transactions'

```

```

headers = {'Authorization': 'Bearer YOUR_ACCESS_TOKEN'}
response = requests.get(url, headers=headers)
transactions = response.json()
//transactions_graphics.py
from pyspark.sql import SparkSession
spark = SparkSession.builder.appName("TransactionAnalysis").getOrCreate()
# Завантаження даних з бази даних
transactions_df = spark.read.csv("hdfs://path/to/transactions.csv", header=True)
# Групування за датою та підрахунок суми транзакцій
daily_transactions_sum = transactions_df.groupBy("date").sum("amount")
# Виведення результату
daily_transactions_sum.show()

import matplotlib.pyplot as plt
dates = daily_transactions_sum.select("date").rdd.flatMap(lambda x: x).collect()
amounts = daily_transactions_sum.select("sum(amount)").rdd.flatMap(lambda x:
x).collect()
plt.plot(dates, amounts)
plt.xlabel("Date")
plt.ylabel("Total Amount")
plt.title("Daily Total Transactions")
plt.show()

// security
from Crypto.Cipher import AES
# Ініціалізація шифру AES
cipher = AES.new('This is a key123', AES.MODE_ECB)
# Шифрування даних
encrypted_data = cipher.encrypt('Sensitive data')

```

Застосунок для аналізу транзакцій інтернет-банку «FinSight» розроблено з урахуванням зручності використання, ефективності та привабливості дизайну. Він допоможе виявляти аномалії, виявляти шаблони

споживання та прогнозувати майбутні тренди. Це дозволяє банкам приймати більш обґрунтовані рішення щодо ризику, виявляти шахраїв та покращувати обслуговування клієнтів.

Анотація. Програмна система «FinSight», яка розробляється для аналізу транзакцій інтернет-банку з використанням методів *Big Data*, є потужним інструментом для обробки великого обсягу даних, що генеруються у банківській сфері. Основна мета - забезпечення швидкого та ефективного аналізу транзакцій з метою виявлення шаблонів, аномалій, виявлення шахрайства та моніторингу ризиків. Предметна область у рамках дослідження охоплює широкий спектр діяльності, пов'язаний з функціонуванням інтернет-банкінгу та забезпеченням безпеки та ефективності фінансових операцій для клієнтів.

Ключові слова: штучний інтелект, аналіз транзакцій, комп'ютерне моделювання, нейронні моделі, інтернет-банкінг, КОМСДН, *Bid Data*, *AI*.

Література

1. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: *Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer*. Volume 27-32, 2020, p. 770-785.
2. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) *Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.
3. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers “Clever”. In: , et al. *Innovations in Mechatronics Engineering II. icieng 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. 2022.
4. Гриб'юк О.О. Комп'ютерне моделювання та робототехніка в навчально-виховному процесі сучасного навчального закладу. / Гриб'юк О.О. // *Сьома міжнародна науково-практична конференція FOSS Lviv-2017: Збірник наукових праць*, 27-30 квітня 2017 року, м. Львів. С. 38-43. ISBN 978-966-2598-86-5.
5. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) *Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.

РОЗРОБЛЕННЯ ТРИВИМІРНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ АВТОРСЬКОЇ ГРИ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЙ 3D МОДЕЛЮВАННЯ

На етапі проектування ігрової програмної системи витрат передбачається реалізація необхідних компонентів [1]. Нижче пропонується модель будинку (рис. 1), що створена з використанням Blender. Об'єкт створено з кубів, що були різноматно деформовані з використанням модифікаторів (*Subdivision Surface*, *mirror*) і відповідної текстури *Texture Coordinate*, *Mapping*, *Wave Texture*, *Color Ramp*, *Diffuse BSDF*.



Рис. 1. Проект будинку, створений із використанням Blender

Джерело: опрацювання власне

На сцену було додано куб, збільшений і відповідно екстрадований вгору та повторно праворуч, після чого додано ще куб і по дві верхні вершини в напрямку до центру з метою формування даху трикутничко подібної форми [2]. Куб створено та у режимі редагування додано модифікатор *Generate/Mirror*, зменшивши попередньо уздовж осі Z, при

цьому моделюючи параметри основи даху вздовж осей X та Y. Додано близько семи полігонів в режимі редагування, відповідно, виокремлено ребра відносно осі X.

У дослідженні створено авторські деталі будинку. Завдяки інструменту об'єкту *Bezier Curve* було створено основну частину тримача ліхтарика (рис. 2), після чого додаючи об'єкт *Куб*, накладено на нього модифікатор кривою та за основу обрано створену до цього *Bezier Curve*. Далі на сцену було додано об'єкт *Коло*, якому надано об'єм, та *Куб*, на який було накладено модифікатор *Generate/Subdivision Surface*. Таким чином було створено основне кільце для підтримки ліхтарика [3].



Рис. 2. Створений проєкт ліхтарика з використанням Blender
Джерело: опрацювання власне

- 1.Задля покращення реалістичності об'єкту *Ліхтарик* стінки і лампочку зроблено скляними-прозорими.
- 2.Спочатку світло йшло від стінок, що мали жовтуватий пастельний колір.
- 3.Із додаванням об'єкту *Лампочка* світло відображається реалістично, з урахуванням законів фізики.

Наступними об'єктами була невеличка *Платформа* та *Ланцюжки*. *Платформу* створено за допомогою *Куб*, а *Ланцюг* - завдяки кривій *Circle* та модифікатору *Generate/Mirror*. Скляні стінки ліхтаря та та корпус також було створено за допомогою кубів, після чого екстрадовано для надання потрібної форми. Завдяки ноду *Glass BSDF* здійснювалося налаштування прозорості та

кольору стінок [4], а також прибрано тіні, що дозволяють світлу лампочки «пробиватися зовні».

Для створення балону лампочки використовувалась *UV сфера*, відповідно екстрадовано та видалено нижні грані, після цього накладено модифікатор *Generate/Subdivision Surface* та здійснено згладжування, щоб лампочка виглядала більш реалістично (рис. 3). Наступним етапом було додавання на сцену кубу для моделювання цоколю. На куб було також накладено модифікатор *Generate/Subdivision Surface*, розділивши на 6 полігонів для створення рубців. Виокремлено через одну площини уздовж осі X та екстрадовано під відповідним кутом, після чого з використанням *Smooth* піднято догори для надання реалістичності та проєкстрадовано для оформлення цоколю.



Рис. 3. Створений проєкт лампочки з використанням Blender

Джерело: опрацювання власне

За допомогою кривої створено електроди та накладено модифікатор *Generate/Mirror*. Для створення нитки розжарювання було використано коло, на яке було накладено модифікатор *Generate/Screw*. Для створення балону та скляного стержню використовувалися ноди *Glass BSDF*, регулюючи налаштуванням прозорості та кольору та прибираючи тінь, щоб освітлення не обмежувалось стінками балону. Для створення цоколю використовувалося два матеріали та нода *Mix Shader*. На нитку розжарювання накладено ноду *emission*, налаштовуючи необхідне освітлення.

З метою створення проєкт будівлі з використанням Blender використовувалися (рис. 4): об'єкти (куб, крива, коло, площина), модифікатори *Subdivision Surface* та текстури (*raw plank wall*, *wooden planks*, *moss wood*, *Architectural Glass*).



Рис. 4. Створений проєкт будівлі з використанням Blender

Джерело: опрацювання власне

Основна частина будівлі була створена за допомогою одного кубу, в процесі проєктування якого додано один полігон та екстрадувано праворуч, після чого додано ще один полігон для забезпечення рівності кутів [5].

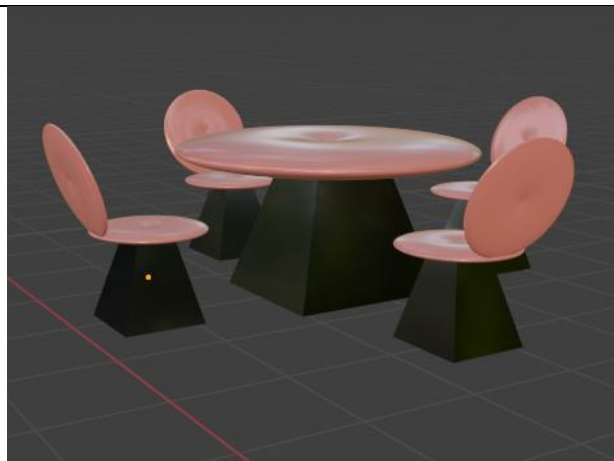


Рис. 5. Об'єкти *Стіл* і *Стільці*

Джерело: опрацювання власне

1.Об'єкти (рис. 5) створені з кубу, на який накладено модифікатор *Generate/Subdivision Surface* для забезпечення округлості, а потім - площинності.

2.Для створення ніжок використовувався *Куб*, нижню площину якого було збільшено у розмірах.

3.Для створення необхідного блиску на ці об'єкти було накладено металеву текстуру.



Рис. 6. Частина об'єкту *Скляний дах*
Джерело: опрацювання власне

Для створення скляного покриття (рис. 6) на даху використовувався Куб із відповідним накладанням на нього модифікаторів *Generate/Subdivision Surface*.

Додано один полігон та опущено його донизу для створення чіткої рівної межі. Текстура використовувалася із бібліотеки *Architectural Glass*.

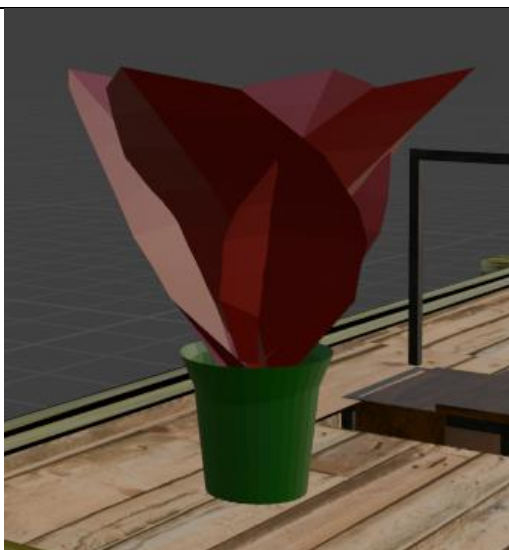


Рис. 7. Рослина в горщику
Джерело: опрацювання власне

Рослина в горщику (рис. 7) створена за допомогою об'єктів:

- 1) *циліндр – горщик;*
- 2) *площина - листи.*

На площину накладено модифікатор *Generate -> Mirror*.

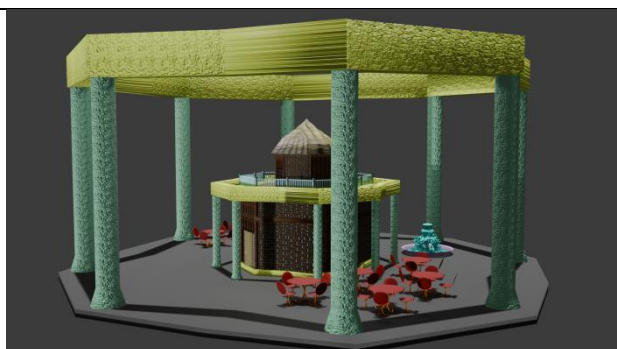


Рис. 8. Проект будівлі
Джерело: опрацювання власне

Використані об'єкти (рис. 8): *куб, крива, коло, площина, циліндр сфера.*

Модифікатори: *Subdivision Surface, Fluid.*

Фізичні особливості: *Fluid.*

Проектування розпочалося з верхньої частини будівлі - кубу з 4 додатковими полігонами - для створення 8-кутного об'єкту. Для створення

даху використовувалася аналогічна фігура, однак додатково екстрадувано її верхня частина для створення конусоподібної форми.



Рис. 9. Огородження
Джерело: опрацювання власне

Стовпи створено з *Циліндру*, витянутого вздовж осі Z та розширено донизу, також було додано полігон. *Циліндр* використовувався для створення маленького тину на другому поверсі (рис. 9). Відповідно, створено один стовпчик і подовжено його модифікатором *Generate/Array*.

Для покращення моделі видозмінено розташування об'єктів і відповідний рівень освітлення. Перед тестуванням ігрової програмної системи здійснено ґрунтовне тестування специфікації вимог. Тестування вимог ПС здійснювалося з використанням рецензування у формі перегляду та співставлення вимог до необхідних показників якості вимог авторської гри [6].

Анотація. *ІТ-освіта є одним з інструментів підготовки фахівців майбутнього, здатних креативно мислити та створювати інноваційні продукти. В статті розглядаються особливості проектування і розроблення компонентів авторської ігрової програмної системи з використанням технологій 3D моделювання, здійснено ґрунтовний аналіз вимог до програмного забезпечення і тестування у контексті використання геймдизайн орієнтованого підходу та технологій штучного інтелекту як інструменту для розвитку майбутнього інженера.*

Ключові слова: *ігрова програмна система, 3D моделювання, дослідницьке навчання, варіативні моделі, комп'ютерне моделювання, AI, Blender.*

Література

1. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.

2. Гриб'юк О.О. Комп'ютерне моделювання та робототехніка в навчально-виховному процесі сучасного навчального закладу. / Гриб'юк О.О. // *Сьома міжнародна науково-практична конференція FOSS Lviv-2017: Збірник наукових праць*, 27-30 квітня 2017 року, м. Львів. С. 38-43. ISBN 978-966-2598-86-5

3. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] *Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie*, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej (WPP), 2019. P. 101-119.

4. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers “Clever”. In: , et al. *Innovations in Mechatronics Engineering II. icieng 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. 2022.

5. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) *Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.

6. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) *Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.

Бей В. В. (студ., 2 курс)

Філіпов І. О. (студ., 2 курс)

Науковий керівник – доц. Смелянова Т.В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ПРИКЛАД ДОСЛІДЖЕННЯ МАЛИХ КОЛИВАНЬ МАЯТНИКА, НА ЯКИЙ ДІЄ СИЛА СПЕЦІАЛЬНОГО ВИГЛЯДУ

Диференціальне рівняння малих коливань маятника з зовнішньою силою F має вигляд

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2h\frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = F,$$

Нехай зовнішня сила F діє в напрямку руху маятника $F(y') = F \operatorname{sign} y'$.

Після підстановки $F(v') = F \operatorname{sign} v'$ в диференціальне рівняння

$$\begin{aligned}\frac{d^2y}{dt^2} + 2h\frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y &= F(y'), \\ \frac{d^2y}{dt^2} + 2h\frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y &= F \operatorname{sign} y',\end{aligned}$$

в якому: h – коефіцієнт в'язкості, $h > 0$, $F > 0$, ω_0^2 – частота вільних коливань маятника, $\omega_0^2 > h^2$.

Швидкість руху y' маятника приймає позитивні та від'ємні значення. Нехай на першому кроку швидкість руху приймає негативні значення $y' < 0$, початкові умови - $t=0$, $y'(0)=0$, $y(0)=y_1$.

Диференціальне рівняння руху маятника приймає вигляд

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2h \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = -F,$$

Це лінійне неоднорідне диференціальне рівняння 2-го порядку з сталими коефіцієнтами. Його розв'язок записуємо у вигляді суми загального розв'язку однорідного рівняння і деякого розв'язку неоднорідного рівняння.

Для однорідного рівняння

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2h \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0,$$

Записуємо характеристичне рівняння

$$p^2 + 2hp + \omega_0^2 = 0,$$

та обчислюємо його корені

$$p_{1,2} = \frac{-2h \pm \sqrt{4h^2 - 4 \cdot \omega_0^2}}{2} = \frac{-2h \pm 2\sqrt{h^2 - \omega_0^2}}{2} = \left| \omega_0^2 > h^2 \right| = -h \pm 2i\sqrt{\omega_0^2 - h^2},$$

$$p_{1,2} = -h \pm 2i\sqrt{\omega_0^2 - h^2}.$$

Оскільки корені характеристичного рівняння комплексні, то загальний розв'язок однорідного рівняння має вигляд

$$y_{zo}(t) = e^{-ht} \left(A \sin \sqrt{\omega_0^2 - h^2} t + B \cos \sqrt{\omega_0^2 - h^2} t \right).$$

Вводимо сталу $T = \frac{\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - h^2}}$ - час руху маятника у негативному напрямі та

записуємо загальний розв'язок

$$y_{zo}(t) = e^{-ht} \left(A \sin \frac{\pi t}{T} + B \cos \frac{\pi t}{T} \right).$$

Записуємо деякий частинний розв'язок неодорідного рівняння

$$y_{\text{ин}} = -\frac{F}{\omega_0^2}.$$

Таким чином, розв'язок неоднорідного рівняння має вигляд

$$y(t) = e^{-ht} \left(A \sin \frac{\pi t}{T} + B \cos \frac{\pi t}{T} \right) - \frac{F}{\omega_0^2}.$$

Для обчислення сталої А використаємо початкову умову $y(0)=y_1$

$$y(0) = y_1 : y_1 = B \cos 0 - \frac{F}{\omega_0^2} \Rightarrow y_1 = B - \frac{F}{\omega_0^2} \Rightarrow B = y_1 + \frac{F}{\omega_0^2};$$

Для обчислення сталої В використаємо початкову умову $y'(0)=0$.

Оскільки

$$y'(t) = -he^{-ht} \left(A \sin \frac{\pi t}{T} + B \cos \frac{\pi t}{T} \right) + e^{-ht} \left(A \frac{\pi}{T} \cos \frac{\pi t}{T} - B \frac{\pi}{T} \sin \frac{\pi t}{T} \right)$$

то застосування початкової умови надає можливість записати рівність для сталої В.

$$y'(0) = 0 : 0 = -hB \cos 0 + A \frac{\pi}{T} \cos 0,$$

$$-hB + A \frac{\pi}{T} = 0 \Rightarrow A = h \frac{T}{\pi} B.$$

З системи рівнянь

$$\begin{cases} B = y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} \\ A = h \frac{T}{\pi} B \end{cases}$$

отримаємо сталу А

$$A = h \frac{T}{\pi} \left(y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} \right)$$

Отже, розв'язок диференціального рівняння, який задовольняє початковим умовам має вигляд

$$y(t) = e^{-ht} \left(h \frac{T}{\pi} \left(y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} \right) \sin \frac{\pi t}{T} + \left(y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} \right) \cos \frac{\pi t}{T} \right) - \frac{F}{\omega_0^2}.$$

При $t=T$

$$y(T) = y_2 = -e^{-hT} \left(y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} \right) - \frac{F}{\omega_0^2},$$

$$y'(T) = 0.$$

Розглянемо диференціальне рівняння при позитивному значенні швидкості руху маятника $y'(t) > 0$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2h \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = F.$$

Розв'язок рівняння при $y'(t) > 0$ і початкових умовах $t=0$, $y'(0)=0$, $y(0)=y_2$ має вигляд

$$y(t) = e^{-ht} \left(h \frac{T}{\pi} \left(y_2 - \frac{F}{\omega_0^2} \right) \sin \frac{\pi t}{T} + \left(y_2 - \frac{F}{\omega_0^2} \right) \cos \frac{\pi t}{T} \right) + \frac{F}{\omega_0^2}.$$

При $t=T$

$$y(T) = y_3 = -e^{-hT} \left(y_2 - \frac{F}{\omega_0^2} \right) + \frac{F}{\omega_0^2},$$

$$y'(T) = 0.$$

Знайдемо залежність між y_1 та y_3 – координатами маятника на початку та по завершенню коливання. Для періодичного руху маятника повинне виконуватися умова $y_1 = y_3 = y_0$.

Оскільки, y_3 визначається формулою

$$y_3 = -e^{-hT} \left(y_2 - \frac{F}{\omega_0^2} \right) + \frac{F}{\omega_0^2},$$

в якій y_2 дорівнює

$$y_2 = -e^{-hT} \left(y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} \right) - \frac{F}{\omega_0^2},$$

Складаємо систему рівнянь для визначення залежності між y_1 та y_3

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} y_3 = -e^{-hT} \left(y_2 - \frac{F}{\omega_0^2} \right) + \frac{F}{\omega_0^2} \\ y_2 = -e^{-hT} \left(y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} \right) - \frac{F}{\omega_0^2} \end{cases} \Rightarrow y_3 = -e^{-hT} \left(-e^{-hT} \left(y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} \right) - \frac{F}{\omega_0^2} - \frac{F}{\omega_0^2} \right) + \frac{F}{\omega_0^2} \Rightarrow \\
& \Rightarrow y_3 = e^{-2hT} \left(y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} \right) + 2e^{-hT} \frac{F}{\omega_0^2} + \frac{F}{\omega_0^2} \Rightarrow \\
& \Rightarrow y_3 = e^{-2hT} y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} (e^{-2hT} + 2e^{-hT} + 1) \Rightarrow \\
& \Rightarrow y_3 = e^{-2hT} y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} (1 + e^{-hT})^2.
\end{aligned}$$

Умова періодичного руху $y_1 = y_3 = y_0$ маятника з періодом $2T$

$$\begin{aligned}
y_0 &= e^{-2hT} y_0 + \frac{F}{\omega_0^2} (1 + e^{-hT})^2 \Rightarrow y_0 (1 - e^{-2hT}) = \frac{F}{\omega_0^2} (1 + e^{-hT})^2 \Rightarrow \\
y_0 &= \frac{\frac{F}{\omega_0^2} (1 + e^{-hT})^2}{(1 - e^{-2hT})} = \frac{F}{\omega_0^2} \frac{(1 + e^{-hT})}{(1 - e^{-hT})}, \\
y_0 &= \frac{F}{\omega_0^2} \frac{(1 + e^{-hT})}{(1 - e^{-hT})}.
\end{aligned}$$

визначається виконанням рівності

$$y_0 = \frac{F}{\omega_0^2} \frac{(1 + e^{-hT})}{(1 - e^{-hT})}.$$

Висновок. Виникнення періодичних коливань негармонійного походження маятника, розміщеного в в'язкому середовищі, пов'язане з існуванням зовнішньої сили спеціального вигляду. Період коливань та їх амплітуда не залежать від початкових умов, а визначаються характеристиками системи та величиною сили, з якою пов'язане виникнення цих коливань.

Література

Фізика. Коливання і хвилі: навч. посібник / А. П. Поліщук, П. І. Чернега, Б. Ф. Лахін; за заг. ред. проф. А. П. Поліщука. — Вид. 3-є., випр. і доп. — К.: НАУ, 2017. — 220 с.

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ РОЗВ’ЯЗАННЯ ПРОФЕСІЙНО-ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

MSE служить універсальним засобом аналізу конструкцій, і серед різноманіття CAD/CAM/CAE-програм пакети скінченно-елементного аналізу відіграють важливу роль [1]. Для їхнього ефективного застосування, на відміну від CAD/CAM-систем, потрібна краща професійна підготовка, ніж для вивчення інтерфейсу й шаблонних прийомів роботи. Справа у тому, що гнучкість методу скінченних елементів забезпечується багатоваріантністю способів моделювання конструкції [2]. Це спричиняє більшу ймовірність появи прихованих помилок, тобто ситуацій, коли результат аналізу або недосяжний, або абсурдний, або (що найнебезпечніше й розповсюджене) правдоподібний, але неправильний.

Щоб з більшою ймовірністю отримати достовірний результат, від користувача пакета скінченно-елементного аналізу потрібне знання принципів і методів реалізації цього методу, глибоке розуміння механіки поведінки конструкцій у використовуваній області аналізу й, нарешті, володіння методами виявлення формальних і фактичних помилок.

Незаперечною перевагою нових технологій розрахунків є скорочення часу проєктування, але при цьому достовірні результати можуть бути отримані тільки у випадку адекватного експлуатаційним умовам застосування до конструкції початкових і граничних умов, а також використанню «якісної» сітки скінченних елементів (СЕ).

Основними проблемами при створенні у твердотільній моделі сітки СЕ є їх форма та розмір[3, 4]. Складність геометрії деталей автомобільної

техніки не дозволяє створювати регулярну сітку СЕ, у той час, як істотні відмінності у розмірах деталей і таких конструктивних елементів, як пази, фаски, заокруглення, отвори тощо обмежують мінімальний розмір СЕ. Так, збільшення розмірів СЕ суттєво понижує точність розрахунків, а значне зменшення їх розмірів призводить до збільшення загальної кількості СЕ в моделі й тривалості розрахунків.

Дану залежність підтверджують автори [5], які визначали залежність мінімального коефіцієнта запасу міцності від параметрів скінченно-елементної сітки моделі захвата.

Авторами [6] застосовувався математичний апарат SolidWorks Simulation для аналізу напружено-деформованого стану моделі первинного вала коробки передач автомобіля КамАЗ: проведена Якобієва перевірка не тільки на 4-х гаусових точках (як було зроблено авторами [7]), а й на 16, 29 і на параметрі «у вузлах». Встановлено, що мінімальний коефіцієнт запасу міцності від кількості точок Якобіана (4, 16, 29, у вузлах) не залежить. Вирішальний вплив на нього має якість сітки – груба чи висока: мінімальний коефіцієнт запасу міцності при повторних розрахунках став $n_{min} = 1,095$, що набагато менше допустимого $[n] = 1,5$. Тому для забезпечення працездатності первинного вала запропоновано заміну його матеріалу: замість сталі 30ХГСА (DIN 1.5714) вибрано сталь 18Х2Н2М (DIN 1.6523 – рис. 1).

Свойства		
Свойства материала		
Материалы в библиотеке по умолчанию не могут редактироваться. Необходимо скопировать материал в настроенную пользователем библиотеку и затем его отредактировать.		
Тип модели:	Линейный упругий изотр	
Единицы измерения:	СИ - Н/м^2 (Па)	
Категория:	DIN Сталь (Легированная)	
Имя:	1.5714 (16NiCr4)	
Критерий разрушения по умолчанию:	Максимальное напряжение	
Описание:	16NiCr4	
Источник:	Предел текучести и Предел прочности при рас	
Sustainability:	Определено	
Свойство	Значение	Единицы измерения
Модуль упругости	2.100000031e+11	Н/м^2
Коэффициент Пуассона	0.28	Не применимо
Модуль сдвига	7.9e+10	Н/м^2
Массовая плотность	7800	кг/м^3
Предел прочности при растяжении	900825984	Н/м^2
Предел прочности при сжатии		Н/м^2
Предел текучести	295593984	Н/м^2
Коэффициент теплового расширения	1.1e-05	/К

Свойства		
Свойства материала		
Материалы в библиотеке по умолчанию не могут редактироваться. Необходимо скопировать материал в настроенную пользователем библиотеку и затем его отредактировать.		
Тип модели:	Линейный упругий изотр	
Единицы измерения:	СИ - Н/м^2 (Па)	
Категория:	DIN Сталь (Легированная)	
Имя:	1.6523 (20NiCrMoS2-2)	
Критерий разрушения по умолчанию:	Максимальное напряжение	
Описание:	21NiCrMo2	
Источник:	Предел текучести и предел прочности для t<16	
Sustainability:	Определено	
Свойство	Значение	Единицы измерения
Модуль упругости	2.050000031e+11	Н/м^2
Коэффициент Пуассона	0.29	Не применимо
Модуль сдвига	8e+10	Н/м^2
Массовая плотность	7850	кг/м^3
Предел прочности при растяжении	820000000	Н/м^2
Предел прочности при сжатии		Н/м^2
Предел текучести	590593984	Н/м^2
Коэффициент теплового расширения	1.1e-05	/К

Рис. 1. Властивості сталей 30ХГСА (а) і 18Х2Н2М (б)

Повторними розрахунками у SolidWorks Simulation проведено

розділення моделі первинного вала на СЕ, побудовано матрицю жорсткості; здійснено синтез СЕ моделі; розв’язано одержану систему алгебраїчних рівнянь; визначено компоненти напружено-деформівного стану (табл. 1, рис. 2).

Таблиця 1

Результати дослідження первинного вала

Сталь	Напруження VON (макс.), σ , МПа	Результуюче переміщення URES (макс.), h , мм	Еквівалентна деформація ESTRN (макс.), δ , мм	Запас міцності (мін.), n
30ХГСА	270,729	0,1646	0,0006143	1,095
18Х2Н2М	266,121	0,1681	0,0006322	2,219

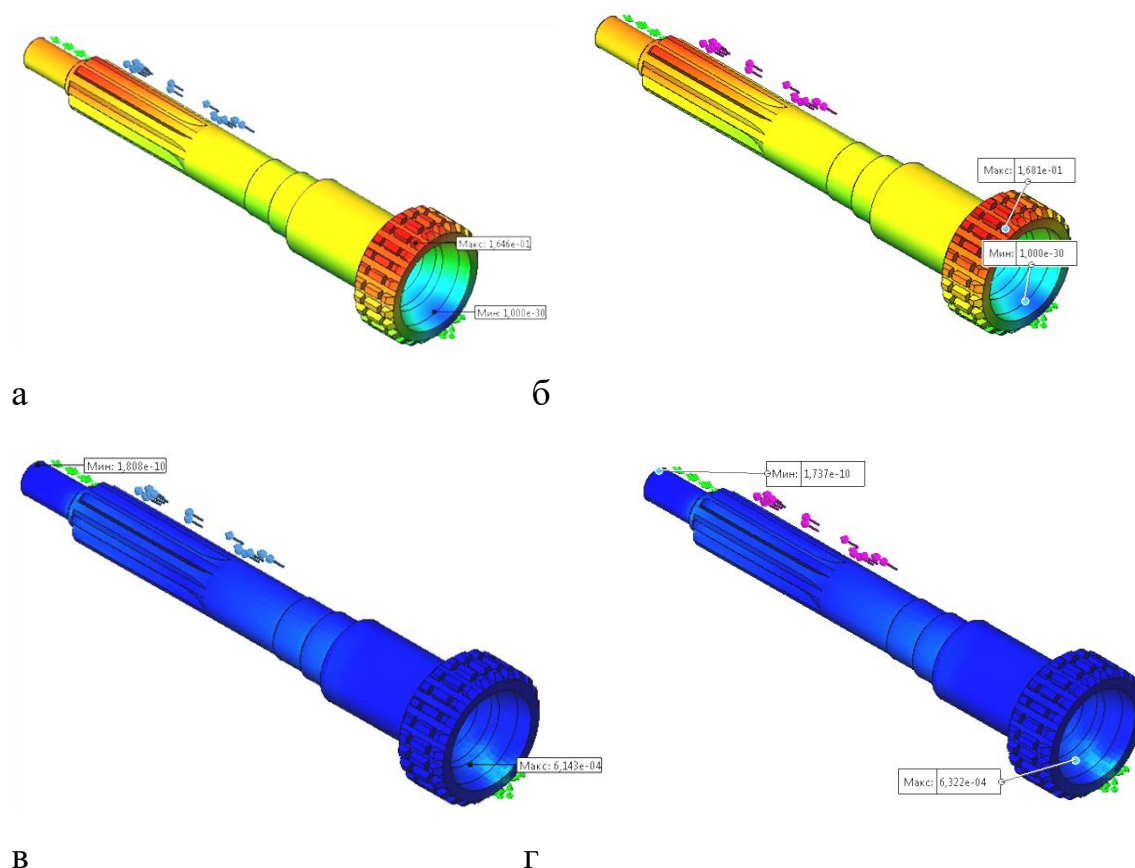


Рис. 2. Епюри сумарних переміщень URES (а – сталь 30ХГСА, б – сталь 18Х2Н2М) та еквівалентних деформацій ESTRN (в– сталь 30ХГСА, г – сталь 18Х2Н2М) первинного вала

Так як мінімальний коефіцієнт запасу міцності для первинного вала зі сталі 18Х2Н2М становить $n = 2,219$, то у випадку заміни сталі 30ХГСА на цю сталь для його виготовлення запас міцності достатній.

Таким чином, застосування CAD-системи SolidWorks та її додатку – CAE-системи SolidWorks Simulation, заснованого на методі скінченних елементів, дозволяє ефективно проводити заміну матеріалу деталі без втрати її міцнісних характеристик.

Анотація. Застосовано математичний засіб комп'ютерного моделювання (метод скінченних елементів) на прикладі CAD-системи SolidWorks та її додатку – CAE-системи SolidWorks Simulation для дослідження первинного вала коробки передач автомобіля КамАЗ.

Ключові слова: SolidWorks Simulation, метод скінченних елементів, заміна матеріалу, мінімальний коефіцієнт запасу міцності.

Література

1. Рудик О. Ю. SolidWorks як інноваційний засіб вивчення дисциплін автомобільного профілю / О. Ю. Рудик, О. В. Диха // «Системні технології» 3 (128) 2020. – С. 21-35. – Режим доступу: <https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/st/article/view/178/92>
2. Трасковецька Л. М. Математичне моделювання працездатності деталей методом скінченних елементів / Л. М. Трасковецька, О. Ю. Рудик, О. В. Бірюков // Інформатика, інформаційні системи та технології: тези доповідей шістнадцятої всеукраїнської конференції студентів і молодих науковців. Одеса, 19 квітня 2019 р. – Одеса: ОНУ. – С. 96-97. – Режим доступу: <http://elar.khnu.km.ua/jspui/handle/123456789/8467>
3. Rudyk O. Yu. The impact of the SolidWorks Simulation network quality on the accuracy of the calculations / O. Yu. Rudyk, V. A. Gonchar // Eurasian scientific congress. Abstracts of the 1st International scientific and practical conference. Barca Academy Publishing. – Barcelona, Spain, 2020. – Pp. 185-188. – URL: <http://sci-conf.com.ua/i-mezhdunarodnaya-nauchno-prakticheskaya-konferenciya-eurasian-scientific-congress-27-28-yanvarya-2020-goda-barselona-ispaniya-arhiv/>
4. Потеряєв О. І. Проектування піднімача для ремонту автомобілів за допомогою SolidWorks / О. І. Потеряєв, Д. І. Євчун, А. В. Рудик, О. Ю. Рудик // Сучасні тенденції розвитку інженерії, технологій та транспорту: збірник тез доповідей Міжнародної науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених, 18-19 жовтня 2022 р. – Хмельницький: ХНУ, 2022. – С. 137-140. – Режим доступу: <http://elar.khmn.edu.ua/jspui/handle/123456789/12807>
5. Диха О. В. Застосування SolidWorks Simulation для підготовки фахівців автомобільного профілю / О. В. Диха, О. Ю. Рудик // Збірник тез доповідей II-ї Міжнародної науково-технічної конференції «Перспективи розвитку машинобудування та транспорту – 2021»: Збірник тез [Електронний ресурс]. – Вінниця: ВНТУ. – 2021. – С. 484-485. – Режим доступу: <http://elar.khnu.km.ua/jspui/handle/123456789/10992>
6. Степанюк О. М. Застосування математичного апарату SolidWorks Simulation для аналізу напружено-деформованого стану моделі / О. М. Степанюк, О. Ю. Рудик // Принципи і методи математичної підготовки в багаторівневій системі вищої освіти : сучасний та історичний погляд здобувачів і молодих вчених. – Матеріали Всеукраїнської

науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти і молодих вчених 07-08 квітня 2022 року. – Харків: ХНАДУ. – С. 164-168.

7. Гунько В. А. Застосування додатків SolidWorks і MathCAD для вирішення прикладних задач / В. А. Гунько, В. С. Полюк, О. Ю. Рудик // Актуальні аспекти математичної підготовки в сучасних ВНЗ: погляд студентів і молодих вчених: матеріали Всеукр. наук.-практ. конф. студентів і молодих вчених. – Х.: ХНАДУ, 2016. – С. 212-216. – Режим доступу: http://fts.khadi.kharkov.ua/fileadmin/F_Transport_system/v_matem/sbornik_sek_3.pdf

УДК 004.49:[327

Булатов Є. А. (студ., 2 курс)

Науковий керівник – доц. Грив'юк О. О

Міжнародний науково-технічний Університет імені академіка Ю.Бугая

ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ АНАЛІЗУ ВРАЗЛИВОСТЕЙ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ І МЕТОДИКА ЇХ УСУНЕННЯ

У сучасну цифрову епоху безпека комп'ютерних систем є одним з найважливіших викликів, оскільки в цій цифровій екосистемі існують різноманітні загрози та вразливості, важливим стає аналіз та усунення вразливостей у комп'ютерних системах [1]. Актуальність дослідження визначається необхідністю постійного вдосконалення засобів захисту у змінних умовах кіберпростору. Швидкі темпи розвитку технологій вимагають постійного оновлення та адаптації підходів до аналізу та усунення вразливостей, адже кожен новий етап розвитку комп'ютерних систем вносить нові виклики та потенційні небезпеки.

Мета дослідження полягає у ґрунтовному дослідженні теоретико-методичних аспектів аналізу вразливостей комп'ютерних систем і розробленні методики для їх усунення.

У сучасному цифровому середовищі поняття вразливості охоплює багато елементів: від програмного забезпечення до архітектурних недоліків апаратного забезпечення. Важливість дослідження полягає в необхідності аналізу вразливостей та розробленні сучасних методів їх усунення в умовах швидкозмінного кібернетичного простору [2]. Сучасні загрози, наприклад,

атаки з використанням новітніх технологій, вимагають ґрунтовної оцінки та постійного вдосконалення заходів безпеки.

Існуючі методи захисту інформації спрямовані на пошук та усунення відомих загроз та атак і не завжди можуть протидіяти вірусним елементам [3]. Для підвищення безпеки програмних продуктів необхідно вирішувати одночасно три питання: розроблення заходів безпеки для протидії вірусам і навчання нових розробників по виявленню та усуненню вразливостей, ефективне виявлення кластерів вразливостей на етапі розроблення програмного забезпечення.

Об'єктом дослідження є комп'ютерні системи та їхні вразливості.

Предмет дослідження – це конкретні аспекти або елементи, на які спрямовано увагу під час аналізу вразливостей комп'ютерних систем та розроблення методики для їх усунення.

Завдання дослідження:

1. Здійснити аналіз комп'ютерних систем і відповідних вразливостей.
2. Запропонувати класифікацію вразливостей комп'ютерних систем із урахуванням програмних засобів для їх виявлення і знешкодження.
3. Здійснити аналіз програмних засобів із метою створення і протидії новим загрозам, які виникають в системах захисту.
4. Розробити методику усунення вразливостей комп'ютерних систем.

Методи дослідження: методи імітаційного моделювання, методи об'єктно орієнтованого програмування, методи підтримки прийняття рішень, методи теорії надійності програмного забезпечення.

Результати дослідження можуть використовуватись під час вивчення різноманітних вразливостей в комп'ютерних системах [4]. Особливості розробки ефективних заходів безпеки для протидії новим виявленим загрозам та рекомендації щодо вдосконалення загального рівня безпеки комп'ютерних систем допоможуть здобувачам та фахівцям прогнозувати та здійснювати усунення вразливостей, а також посилено розуміти важливість кібербезпеки та її впливу на ефективність організації.

Наукова новизна дослідження полягає в наступному:

1. Проведено ґрунтовний огляд нових джерел вразливостей у комп'ютерних системах і виявлені нові аспекти відповідних впливів.
2. Запропонована методика щодо усунення вразливостей включають новітні технології та інноваційні підходи, спрямовані на ефективне підвищення безпеки та стійкості комп'ютерних систем.

Практична значущість результатів дослідження:

1. Новітні підходи та технології, включені в методику виявлення вразливостей, сприятимуть ефективному та швидкому усуненню вразливостей, зменшуючи загрозу для комп'ютерних систем.
2. Проведене дослідження може служити основою для подальших наукових розвідок у галузі кібербезпеки в контексті своєчасного виявлення вразливостей комп'ютерних систем

У зв'язку з об'єктивною необхідністю вирішення питань безпеки комп'ютерних систем та усунення вразливостей, дане дослідження містить ґрунтовний аналіз та практичні рекомендації щодо побудови ефективних стратегій кіберзахисту [5]. Розвиток і вдосконалення методів аналізу вразливостей відкриє нові перспективи для побудови гнучких, безпечних і динамічно адаптивних комп'ютерних систем у світі, де віртуальна безпека є ключовою передумовою успіху і стабільності.

Анотація. *Актуальність роботи* полягає у зростанні вимог щодо кібербезпеки від регуляторів і розробників стандартів, у зв'язку зі зростанням кількості кіберзагроз та кібератак, аналіз вразливостей в забезпеченні цифрової безпеки. Розуміння потенційних ризиків дозволяє розробляти більш ефективні методи захисту. Пропонується ґрунтовне дослідження теоретико-методичних аспектів аналізу вразливостей комп'ютерних систем і розроблена методика для їх усунення.

Ключові слова: кібербезпека, DDoS, DoS, вразливість, атака, експлоїт, сервер, ботнет, вірус, хробак, фішинг, взлом, bruteforce, IRC, криптовалюта.

Література

1. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context

of Manufacturing 4.0, in: Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.

2. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznaskiej (WPP), 2019. P. 101-119.

3. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers “Clever”. In: , et al. Innovations in Mechatronics Engineering II. 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2022.

4. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.

5. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.

УДК 004.942:[327

Васильєв В. О. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – доц. Гриб’юк О. О

Міжнародний науково-технічний Університет імені академіка Ю.Бугая

ІНТЕЛЕКТУАЛЬНА СИСТЕМА ПРОГНОЗУВАННЯ НА ОСНОВІ ІНДЕКСІВ КРИПТОВАЛЮТ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ МОДЕЛЕЙ МАШИННОГО НАВЧАННЯ

З часів зародження людства основним завданням (окрім біологічного) було покращення та полегшення побуту пересічної людини задля підвищення загального рівня життя та поменшення складності існування. Внаслідок такої «побутової еволюції» було змінено або доповнено багато фундаментальних понять, одним з яких це поняття грошей. Станом на 2024 рік ми можемо бути очевидцями крутого розвитку нової технології блокчейн та особливого виду електронної валюти - криптовалюти.

В часи, коли було введено термін «криптовалюта», а саме в 2009 році, люди мало людей знали про цей аналог фіатних грошей, але з плином часу Інтернет культура почала покращуватись, а популяризація криптовалют

досягла значного рівня [1]. На період початку 2019 року світова спільнота вже активно обговорювала Біткоїн (перша та найпопулярніша криптовалюта), його курс та взагалі зацікавилась темою блокчейну. І це зрозуміло: криптовалюти мають вагомі переваги в порівнянні з фіатом, особливості роблять їх цікавою темою для досліджень та для обговорень, а простота у використанні перетворює віртуальні монети на ефективний спосіб заробітку та інвестицій.

Опираючись на ці пункти, які безперечно є суттєвими аргументами за важливість та значимість цифрової валюти, можна побачити, що криптовалюти вже сталим новим та впливовим рушієм всесвітньої економіки. Саме тому системи прогнозування набули такої популярності. Окрім того, з появою криптовалют, ринок зазнав значних змін, так як вони є важливим ресурсом, який надає багато нових можливостей [2].

Можливість спрогнозувати зміни криптовалют, надає власнику цієї інформації значний контроль над ситуацією на ринку, що може захистити від ризикових наслідків [3]. Для побудови актуальної та точної системи прогнозування зміни вартості крипто валют, можливо використовувати індекси необхідних криптовалют.

Практичне застосування розробленої інтелектуальної системи забезпечить високий рівень надійності для користувача, при торгах на ринку криптовалют. Розроблена інтелектуальна система забезпечує точні та актуальні дані, використовуючи які, користувач зменшує ризики невдалого використання фінансів [4].

Метою дослідження є підвищення конкурентоздатності користувача на ринку криптовалют, за рахунок використання надійної інтелектуальної системи прогнозування на основі індексів криптовалют. У цій роботі досліджувалися можливості прогнозування курсу криптовалют. Результатом дослідження стала програма, яка прогнозує курс криптовалюти Біткоїн за допомогою математичного апарату ARIMA. Програма розроблена за

допомогою мови програмування Python і є web-додатку, яке виконує кілька завдань: відображення поточного курсу біткоїну та його прогноз, відображення графіків курсу криптовалюти біткоїну, можливість обробки історичних даних про курс криптовалюти [5].

Анотація. У дослідженні було проведено аналіз сучасних методів прогнозування курсу валют в цілому та криптовалют зокрема. Показано, що курс криптовалют зараз можна прогнозувати шляхом аналізу часових рядів. Серед методів такого аналізу вибрано модель ARIMA, наведено математичне забезпечення проекту, показано математичну сутність моделі ARIMA.

Ключові слова: криптовалюта, часові ряди, прогнозування, ARIMA, Монеро, блокчейн, майнінг, інтелектуальна система, машинне навчання, нейронні моделі, КОМСДН, ООП.

Література

1. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.
2. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznaskiej (WPP), 2019. P. 101-119.
3. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers “Clever”. In: , et al. Innovations in Mechatronics Engineering II. icieng 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2022.
4. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.
5. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.

РОЗРОБЛЕННЯ МЕСЕНДЖЕРА З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЙ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Дотепер спостерігається швидкий розвиток штучного інтелекту в багатьох галузях бізнесу, технологій та науки. Тема дослідження у контексті взаємодії людей та штучного інтелекту на сьогоднішній день має велику актуальність. Поєднання навичок і вмінь людини з можливостями ШІ дає змогу людству ширше опрацьовувати інформацію будь-якої тематики з різних джерел, у свою чергу це відкриває можливості для дослідження та відкриттів [1]. Використання технологій штучного інтелекту дозволяє більш якісно знаходити потрібну інформацію та ресурси для розроблення і виконання дослідницьких завдань, а також охопити більш детально будь-яку з проблем або ідей.

Ефективність використання штучного інтелекту у повсякденному житті зростає великими темпами щоденно, оптимізуючи процеси розроблення і забезпечуючи високу адаптивність до змінних умов експлуатації та різноманітних потреб користувачів.

Використання технологій штучного інтелекту в процесі розроблення месенджерів відкриває нові можливості для більш детального аналізу великих обсягів даних, що користувачі генерують під час взаємодії, тим самим значно покращуючи остаточний результат [2].

Штучний інтелект значно підвищив швидкість та точність виконання дослідницьких завдань, завдяки чому вдалося уникнути великої кількості помилок чи багів шляхом більш детального опрацювання даних та коду на усіх етапах життєвого циклу дослідницького проєкту [3]. З огляду на зростаючу потребу в додатках для обміну інформацією виникла необхідність

створення власного месенджера з використанням технологій штучного інтелекту.

Мета дослідницької роботи полягає у ґрунтовному проектуванні та розробленні месенджера за допомогою технологій штучного інтелекту. В результаті виконання розроблено прототип месенджера.

На підставі ґрунтовного аналізу існуючих месенджерів доцільно виокремити проблеми, які необхідно вирішити для успішного розроблення месенджерів з використанням технологій штучного інтелекту [4].

Надійність: системи повинні бути надійними та точними, щоб користувачі могли їм довіряти.

Конфіденційність: важливо захистити конфіденційність даних користувачів, коли вони використовуються в системах.

Етика: важливо розробляти системи, які відповідають етичним принципам і не дискримінують користувачів.

Прийняття: користувачі повинні бути готові використовувати системи в месенджерах.

З використанням технологій штучного інтелекту вдалося розробити месенджер більш персоналізованим та ефективним завдя покращення обслуговування клієнтів, підвищення продуктивності та забезпечення нових можливостей для спілкування [5].

Анотація. З використанням технологій штучного інтелекту у рамках дослідження забезпечено значний потенціал для революціонізації сфери комунікацій, зокрема удосконалення месенджерів. Мета дослідження полягає у розробленні месенджера з використанням технологій штучного інтелекту.

Ключові слова: месенджер, дослідницьке навчання, варіативні моделі, комп'ютерне моделювання, нейронні моделі, штучний інтелект, КОМСДН, AI.

Література:

1. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.
2. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education,

Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.

3. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej (WPP), 2019. P. 101-119.

4. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers “Clever”. In: , et al. Innovations in Mechatronics Engineering II. 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2022.

5. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.

Дорожко І. О. (студ., 2 курс)

Костенко А. В. (студ., 2 курс)

Науковий керівник – доц. Ємельянова Т.В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ПРИКЛАД ДОСЛІДЖЕННЯ НА СТІЙКІСТЬ МАЛИХ КОЛИВАНЬ МАЯТНИКА, НА ЯКИЙ ДІЄ СИЛА СПЕЦІАЛЬНОГО ВИГЛЯДУ

В статті розглянуто коливання маятника з зовнішньою силою спеціального вигляду, яка характеризується відсутністю коливальних властивостей. Існування в системі такого джерела енергії приводить до можливості самозбудженого коливального процесу. Дослідження коливального процесу на стійкість показало, що в системі збуджуються стійкі періодичні коливання. Зміна початкових умов на рух маятника приводить до того, що коливання маятника наближаються до періодичних коливань, обумовлених зовнішньою силою. Таким чином, існування зовнішньої сили, що немає коливальних властивостей, приводить к виникненню та підтримки стійких періодичних коливань. Проведені дослідження [1] таких коливань показало, що вони істотно відрізняються від гармонічних коливань.

Математична модель малих коливань маятника, розміщеного у в'язкій рідині, на який діє зовнішня сила F має вигляд

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2h \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = F,$$

Нехай зовнішня сила F діє в напрямку руху маятника і має вигляд

$$F(y') = F \operatorname{sign} y'.$$

Після підстановки сили $F(y') = F \operatorname{sign} y'$ в диференціальне рівняння

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2h \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = F(y'),$$

воно приймає вигляд

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2h \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = F \operatorname{sign} y',$$

в якому: h – коефіцієнт в'язкості середовища, в якому розміщено маятник

($h > 0$), $F > 0$, ω_0^2 – частота вільних коливань маятника, $\omega_0^2 > h^2$.

Швидкість руху маятника при коливанні приймає позитивні та від'ємні значення. Нехай на першому кроку швидкість руху має негативні значення $y' < 0$, а початкові умови такі, що в початковий момент часу $t=0$, швидкість руху дорівнює нулю - $y'(0)=0$, відхилення маятника дорівнює - $y(0)=y_1$.

Диференціальне рівняння руху маятника приймає вигляд

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2h \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = -F,$$

Це лінійне неоднорідне диференціальне рівняння 2-го порядку з сталими коефіцієнтами. Його розв'язок записуємо у вигляді суми загального розв'язку однорідного рівняння і деякого розв'язку неоднорідного рівняння.

Вводимо сталу $T = \frac{\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - h^2}}$ та записуємо загальний розв'язок

диференціального рівняння, який задовольняє початковим умовам

$$y(t) = e^{-ht} \left(h \frac{T}{\pi} \left(y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} \right) \sin \frac{\pi t}{T} + \left(y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} \right) \cos \frac{\pi t}{T} \right) - \frac{F}{\omega_0^2}.$$

При $t=T$

$$y(T) = y_2 = -e^{-hT} \left(y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} \right) - \frac{F}{\omega_0^2},$$

$$y'(T) = 0.$$

Розглянемо диференціальне рівняння при позитивному значенні швидкості руху маятника $y'(t) > 0$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2h \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = F.$$

Розв'язок рівняння при $y'(t) > 0$ і початкових умовах $t=0$, $y'(0)=0$, $y(0)=y_2$ має вигляд

$$y(t) = e^{-ht} \left(h \frac{T}{\pi} \left(y_2 - \frac{F}{\omega_0^2} \right) \sin \frac{\pi t}{T} + \left(y_2 - \frac{F}{\omega_0^2} \right) \cos \frac{\pi t}{T} \right) + \frac{F}{\omega_0^2}.$$

При $t=T$

$$y(T) = y_3 = -e^{-hT} \left(y_2 - \frac{F}{\omega_0^2} \right) + \frac{F}{\omega_0^2},$$

$$y'(T) = 0.$$

Залежність між y_1 та y_3 – координатами маятника на початку та по завершенню коливання описується формулою

$$y_3 = e^{-2hT} y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} (1 + e^{-hT})^2.$$

Для періодичного руху маятника з періодом $2T$ повинне виконуватися умова $y_1 = y_3 = y_0$

$$y_0 = \frac{F}{\omega_0^2} \frac{(1 + e^{-hT})}{(1 - e^{-hT})}.$$

Для дослідження стійкості періодичного руху маятника використовуємо метод діаграм Кенигса-Лемерея. На площині в системі координат $Y_1 O Y_3$ будуються пряма $y=y_0$ та пряма, яка визначає лінійну залежність між початковим значенням y_1 та значенням y_3 в момент $2T$

$$y_3 = e^{-2hT} y_1 + \frac{F}{\omega_0^2} (1 + e^{-hT})^2.$$

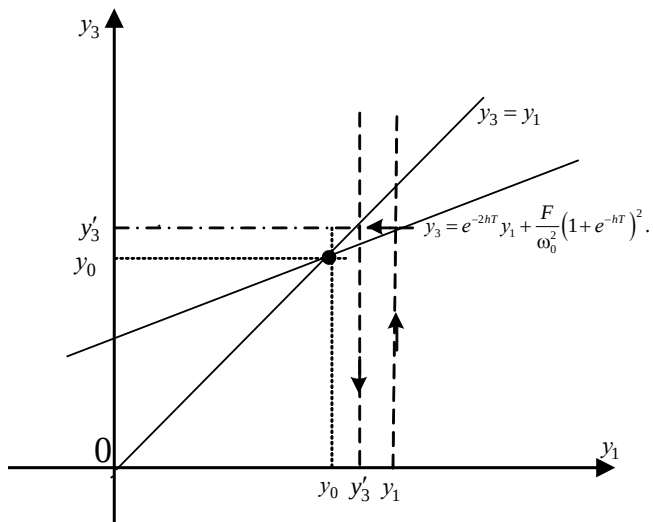


Рис.1

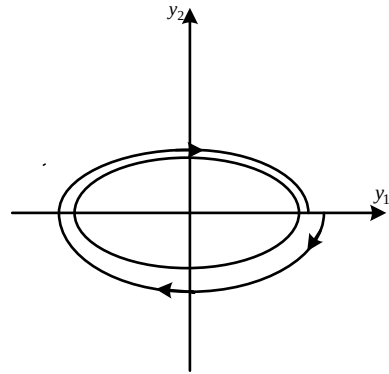


Рис.2

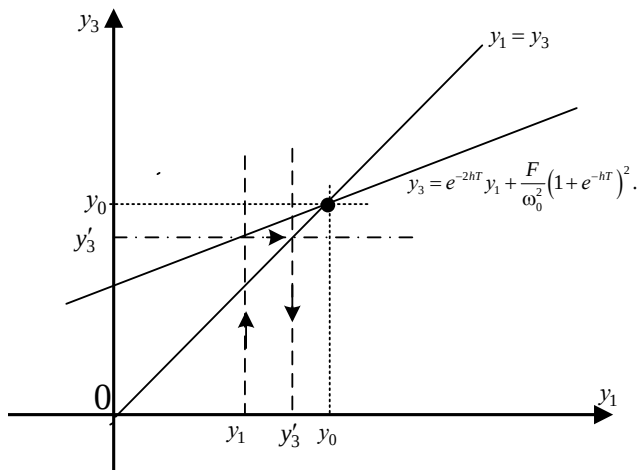


Рис.3

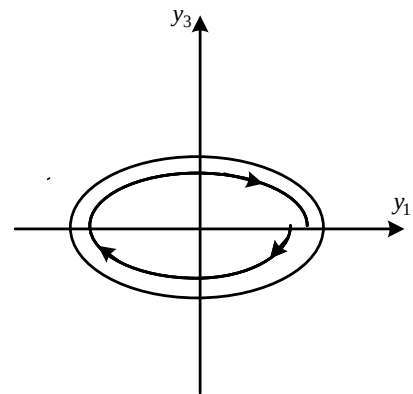


Рис. 4

При виконання умови $y_1 = y_3 = y_0$ маятник здійснює періодичні коливання з періодом $2T$. Відхилення початкового значення y_1 відносно y_0 приводить до зміни амплітуди коливання y_3 в момент $2T$. Так, якщо $y_1 > y_0$, амплітуда коливання в момент $2T$ зменшується (рис. 1, 2), якщо $y_1 < y_0$, амплітуда коливання в момент $2T$ збільшується (рис. 3, 4). Отже, в обох випадках при відхиленні початкового значення y_1 маятник переходить з часом до періодичних коливань з періодом $2T$.

Виникнення періодичних коливань маятника, розміщеного в в'язкому середовищі, пов'язана з так званими автоколиваннями системи. Таки коливання можуть з'явитися у системах, в яких діють зовнішні сили

негармонічного характеру. В розглянутій системі автоколивання з періодом $2T$ виникають у разі виконання певних умов, коли амплітуда періодичного коливання дорівнює

$$y_0 = \frac{F}{\omega_0^2} \frac{(1 + e^{-hT})}{(1 - e^{-hT})}.$$

Література

1.Бей В. В. Приклад дослідження малих коливань маятника, на який діє сила спеціального вогляду / В. В. Бей, І. О. Філіпов //

2.Фізика. Коливання і хвилі: навч. посібник / А. П. Поліщук, П. І. Чернега, Б. Ф. Лахін; за заг. ред. проф. А. П. Поліщука. — Вид. 3-є., випр. і доп. — К. : НАУ, 2017. — 220 с.

УДК 004.942:[327

Корнілов Р.В. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – доц. Гриб'юк О. О

Міжнародний науково-технічний Університет імені академіка Ю.Бугая

РОЗРОБЛЕННЯ ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ З ПІДТРИМКИ ДІЯЛЬНОСТІ СЛУЖБИ ТАКСІ З ВИКОРИСТАННЯМ ШТУЧНИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ

Для розробки веб-застосування була обрана стандартна клієнт-серверна архітектура з чітко розділеними трема рівнями: рівень представлення даних (інтерфейс користувача), серверна частина для логічної обробки подій та база даних як рівень управління даними. Вибір такої архітектури був обґрунтований не лише потребою у високій швидкодії програми на пристроях користувачів, але й необхідністю забезпечення ефективного розподілу рівнів доступу до інформації. Також слід зазначити, що була обрана клієнт-серверна архітектура з товстим сервером та тонким клієнтом. Це рішення дозволяє забезпечити сумісність з будь-якими браузерами та пристроями, мінімізуючи використання ресурсів користувачів. Крім того, така архітектура дозволяє зберігати дані віддалено, незалежно від сесії

користувача або стану сервера. Схематичне зображення архітектури програми наведено на рисунку 1.



Рис. 1. Архітектура веб-застосування

Для створення веб-застосування з клієнт-сервальною архітектурою використовувалися різні мови програмування на різних рівнях системи. Основною мовою розробки є JavaScript, яка використовувалась як на клієнтській, так і на серверній частині. JavaScript є динамічною та об'єктно-орієнтованою мовою, підтримуваною більшістю браузерів, що є важливим для цієї розробки. Також JavaScript підтримує технологію AJAX, яка використовується для динамічного завантаження інформації та взаємодії з сервером. Обробка подій та запитів на сервері відбувається за допомогою Node.js, який також базується на JavaScript. Основний функціонал сервера реалізовано з використанням різних бібліотек та фреймворків, таких як: *Express* – мінімалістичний фреймворк, за допомогою якого створюється власне API для обробки http-запитів. *Mysql* – драйвер, що забезпечує підключення до бази даних та подальшу обробку sql-запитів. *Body-parser* – бібліотека, що дозволяє отримувати із запитів дані у форматі json. *Cookie-parser* – бібліотека, що забезпечує зручний доступ до даних cookies в заголовках запитів, що надходять на сервер.

Веб-сторінки клієнтської частини створюються з використанням HTML5 для розмітки контенту та JavaScript для додавання інтерактивності та функціональності. Для стилізації візуального вигляду використовується CSS. Для створення клієнтської та серверної частин було використано інтегроване середовище розробки Visual studio code. Це програмне забезпечення забезпечує зручний процес встановлення додаткових бібліотек і фреймворків, управління проектами з багатьма файлами та можливість

створення та запуску сервера локально. Також Visual studio code включає в себе інтегрований контроль версій Git, що активно використовувався під час розробки веб-застосування. Для рівня даних було обрано базу даних MySQL, оскільки вона є однією з найбільш доступних і відкритих баз даних, які можна використовувати як локально, так і в хмарі. Для управління цією базою даних використовувався phpMyAdmin - програмне забезпечення для зручного керування базами даних.

У базі даних необхідно в структурованому вигляді зберігати таку інформацію: персональні дані клієнта (e-mail, пароль); інформацію щодо замовлення (місце відправлення, місце прибуття, час замовлення, клас автомобіля, вартість поїздки, ціну за поїздку).

Система повинна мати можливість швидкої реєстрації для користувачів, включаючи надсилання тимчасового паролю на їхню електронну пошту. Це забезпечить вимогу щодо підтвердження адреси електронної пошти. Користувач може переглядати свою особисту інформацію та статистику попередніх поїздок у своєму особистому кабінеті. Клієнти можуть замовляти таксі з автозаповненням адрес і попереднім переглядом маршруту поїздки на карті, а також отримувати попередню вартість замовлення.

Архітектура системи розбита на три рівні [1]: клієнтська частина, серверна частина та база даних. На клієнтській частині передбачена навігація по сторінках сайту, відображення даних за запитом та виконання різних функцій через форми та кнопки. Серверна частина обробляє запити користувача, перевіряє рівень доступу до даних та надсилає відповіді користувачу, також вона взаємодіє з базою даних. База даних містить необхідну інформацію. Для комфортної роботи користувачів на сайті реалізовано навігаційне меню у верхній частині екрану з посиланнями на всі доступні сторінки, яке постійно відображається. Дизайн сайту використовує кольорову гаму, типову для таксі: відтінки жовтого, сірого та білого.

Програма має працювати у відокремленому вікні браузера та забезпечувати коректне відображення сайту на різних типах пристроїв, де можливо встановлення браузера з мінімальним розміром вікна 500 пікселів. Крім того, вона повинна підтримувати більшість сучасних популярних браузерів, включаючи їх попередні версії, і відповідати вимогам щодо надійності [2]. Вимоги до надійності: доступ до даних в базі даних має бути обмежений відповідно до ролей та авторизації користувачів сайту. Кожен користувач повинен мати можливість переглядати тільки свою власну історію поїздок. У разі спроби доступу до неіснуючих сторінок або сторінок, доступ до яких вимагає іншого рівня авторизації, користувач буде автоматично перенаправлений на сторінку помилки (тобто 404).

Розробка веб-застосування включає кілька етапів: 1. Створення бази даних з таблицями відповідно до технічних вимог. 2. Розробка серверної частини на Node.js та підключення необхідних бібліотек і фреймворків. 3. Написання методів, які обробляють основні запити до сервера. 4. Реалізація функцій на клієнтській стороні, які відповідають за навігацію, звернення до сервера та обробку відповідей. 5. Стилзація веб-застосування: підключення файлів .css 6. Тестування та налагодження готового веб-застосування. Файлова структура проекту наведена на рисунку 2.

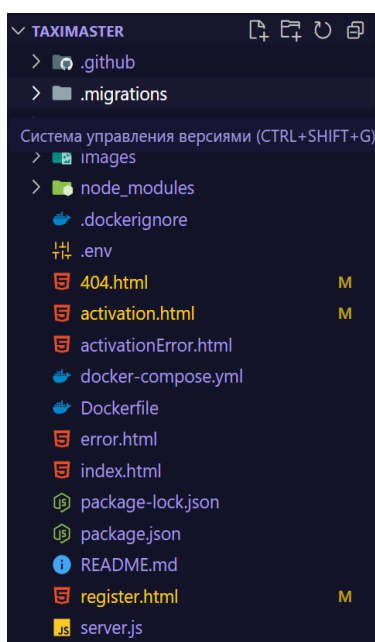


Рис. 2. Файлова структура проекту

Директорія “css” містить файли зі стилями проекту. У директорії “images” містить усі зображення що використовуються на сайті. Директорія «node_modules» - це стандартний каталог, де зберігаються встановлені бібліотеки та з якої вони в подальшому імпортуються. Файл конфігурації середовища (`.env`). Він містить пари ключ-значення, які зазвичай використовуються для зберігання секретних даних, таких як паролі, ключі API та інші дані, які не повинні бути включені в код програми.

Роботу програми можна зрозуміло описати так [3]: якщо користувач переходить на сайт за доменом, сервер повертає створену сторінку, яку бачить користувач. Якщо користувач хоче перейти на іншу сторінку, відправляється відповідний запит на сервер. Якщо ця сторінка існує і доступна для даного користувача, вона генерується та показується, інакше користувач бачить сторінку помилки. Якщо користувач виконує дію (часто це стосується натискання кнопок), викликається відповідна функція на клієнтській стороні, що відповідає за цю дію. Деякі дії можуть відбуватися без взаємодії з сервером, інші потребують обробки на сервері. У кожному випадку користувач бачить результат своїх дій (рис. 3).

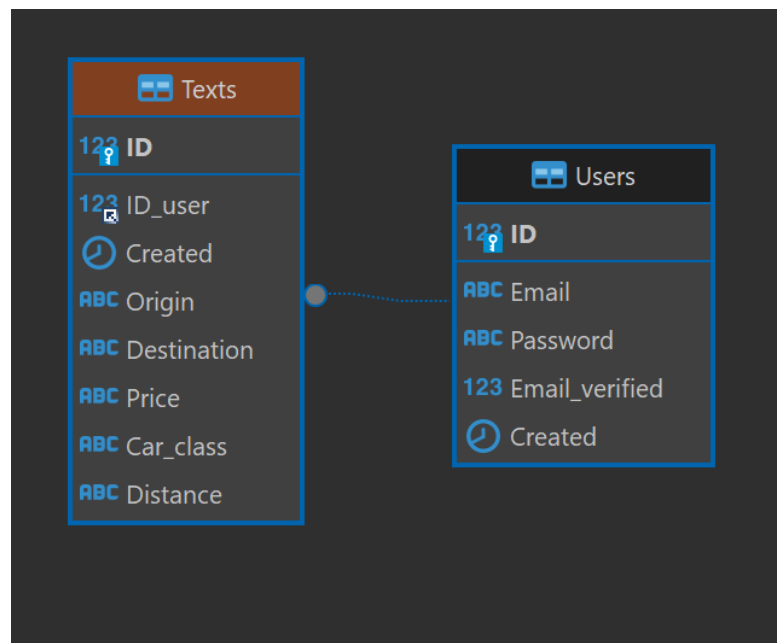


Рис. 3. Схема бази даних

Технічне завдання визначає, що база даних містить усі необхідні параметри і має встановлену схему даних, яку можна побачити на рисунку 4.

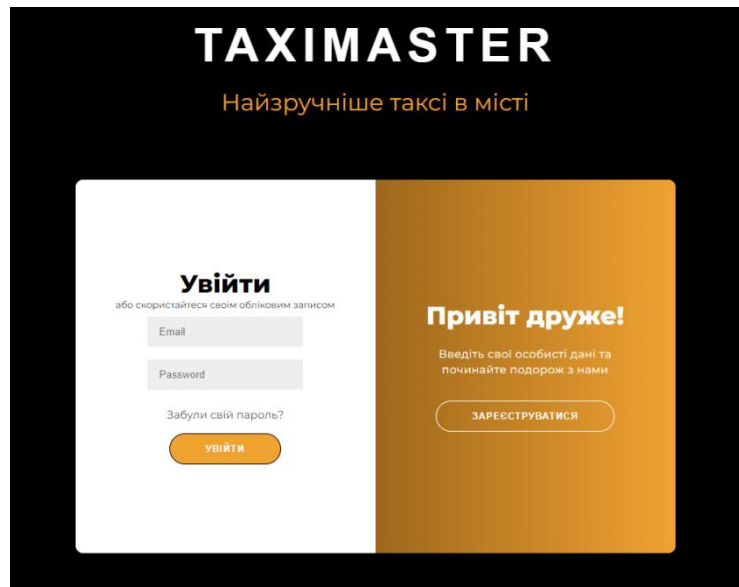


Рис. 4. Інтерфейс сторінки входу

Всі дані, що зберігаються в цій базі даних, відповідають внутрішнім правилам цілісності, які встановлені на корпоративному рівні, і проходять процедуру валідації на клієнтській або серверній частині програми. Усі зв'язки між даними в базі даних знаходяться у четвертій нормальній формі, що гарантує їхню оптимізацію та ефективне використання (див. рис. 5, рис. 6, рис. 7). Сторінка `register.html` дозволяє користувачам реєструватися або заходити на сайт зі своїми даними. Якщо сторінка не знайдена – з'являється повідомлення «`404.html`».



Рис. 5. Модуль «Про нас»

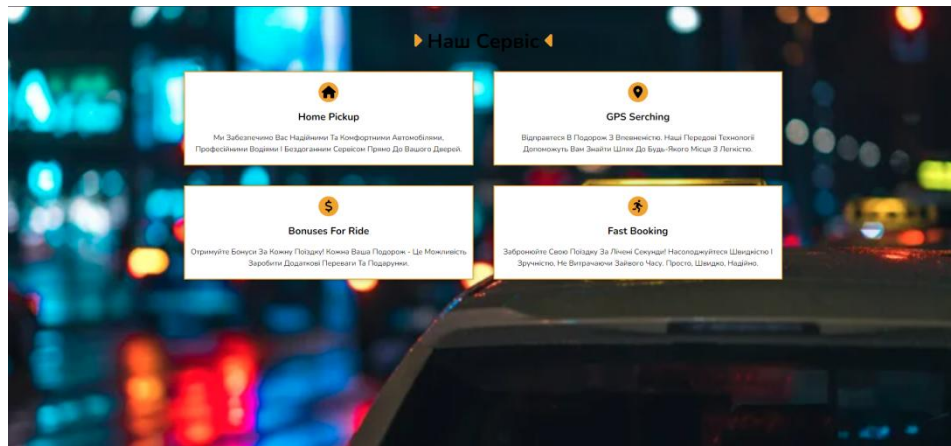


Рис. 6. Модуль «Наш сервіс»

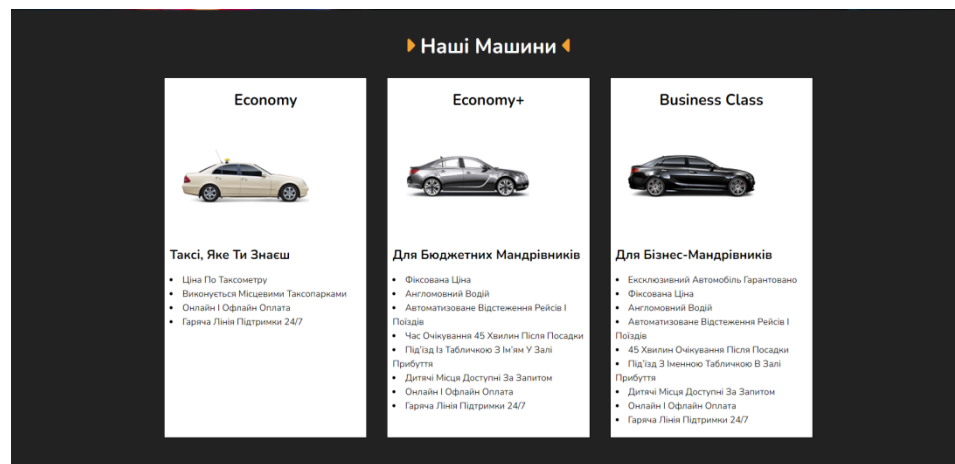


Рис. 7. Модуль «Наші машини»

Дослідницький проект удосконалюється, розширюючи свої можливості та функціонал. Одним із напрямків розвитку є створення окремої частини веб-застосування для адміністраторів системи, що дозволить забезпечити зручний моніторинг підозрілої активності, а також додавання, редагування та видалення інформації в базі даних. Для користувачів системи будуть корисними функції "Запланувати поїздки", що дозволить вказати дату та час виїзду, а також створення спеціальних карток з адресами, що вводяться найчастіше для швидкого замовлення. Додано можливість зберігати адреси з мітками, такими як "дім", "робота" і т.д. Для зручності реєстрації впроваджено авторизацію через Google, додавання рейтингової системи оцінки поїздок, можливість вибору водіїв залежно від їх статусу, а також реалізацію розумної системи підбору водіїв та клієнтів відповідно до їх рейтингу [4]. Також додано оплату поїздок через веб-сайт. Для водіїв

реалізовано систему різних коефіцієнтів обчислення заробітної платні в залежності від їх статусу та рейтингу, а також систему бонусів для найкращих водіїв.

Під час розробки веб-застосування для замовлення таксі, було проведено дослідження сучасного стану сфери пасажирських перевезень в Україні. Аналіз алгоритмів роботи таксі загалом та вивчення аналогів розробки допомогли виявити переваги та недоліки існуючих веб-застосувань у цій сфері. Це дозволило належним чином визначити необхідний функціонал для розроблюваного веб-застосування та зробити чітке технічне завдання, включаючи корпоративні обмеження цілісності, вимоги до надійності та дизайну користувацького інтерфейсу. Загалом, обрана клієнт-серверна архітектура була побудована на Node.js з використанням фреймворку Express.js, а вибір сервер-рендерингу дозволив ефективно реалізувати модель тонкого клієнта.

Під час розробки веб-застосування процес відбувався етапами з постійним удосконаленням попередніх версій програми. На проміжних етапах розробки проводилося докладне тестування та налагодження реалізованих функцій [5]. Розроблене застосування, що представлене у вигляді веб-сайту, містить кілька сторінок з різноманітним статичним та динамічним контентом.

У цьому проекті реалізовано можливість реєстрації користувачів з підтвердженням електронної пошти і авторизацією, яка зберігає сесію користувача на пристроях. Функціонал включає замовлення таксі для клієнтів, калькулятор цін поїздок, динамічну побудову маршруту та передбачення ціни поїздки.

Анотація. Розроблене веб-застосування для замовлення таксі може працювати як автоматизована система без потреби участі диспетчера. Воно доступне з будь-якого веб-браузера, має легкий для зрозуміння інтерфейс і є конкурентоспроможним серед інших сервісів замовлення таксі онлайн. Функціонал системи розширений додатковими можливостями для оптимального управління поїздками та збору статистики. З урахуванням отриманих результатів тестування можна впевнено стверджувати, що

визначена мета дослідження досягнута, а завдання проекту виконані повністю. Дослідження сучасних засобів розробки дозволило побудувати оптимальну архітектуру веб-застосування та встановити чітку логіку комунікації між різними його частинами. Також це дозволило вибрати необхідні бібліотеки та фреймворки для проекту, уникнувши зайвого навантаження.

Ключові слова: *нейронні мережі, дослідницьке навчання, варіативні моделі, комп'ютерне моделювання, КОМСДН, Taximaster, програмна система.*

Література

1. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.
2. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznaskiej (WPP), 2019. P. 101-119.
3. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers “Clever”. In: , et al. Innovations in Mechatronics Engineering II. icieng 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2022.
4. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.
5. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.

УДК 004.942:[3272

Кравчук В.Р. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – доц. Гриб'юк О. О

Міжнародний науково-технічний Університет імені академіка Ю.Бугая

РОЗРОБЛЕННЯ ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ «ФІЛЬМОГРАФІЯ» ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ КЛІЄНТ-СЕРВЕРНОЇ АРХІТЕКТУРИ

Сучасний світ високих технологій неможливо уявити без розквіту сфери розваг та культури, що включає в себе кіноіндустрію. З кожним днем

збільшується обсяг кінематографічного контенту, що ставлять перед користувачами завдання вибіркової та швидкості доступу до інформації [1]. З метою оптимізації цього процесу та створення зручного інструменту для користувачів, метою даної дипломної роботи є розроблення програмної системи «Фільмографія» (рис. 1).

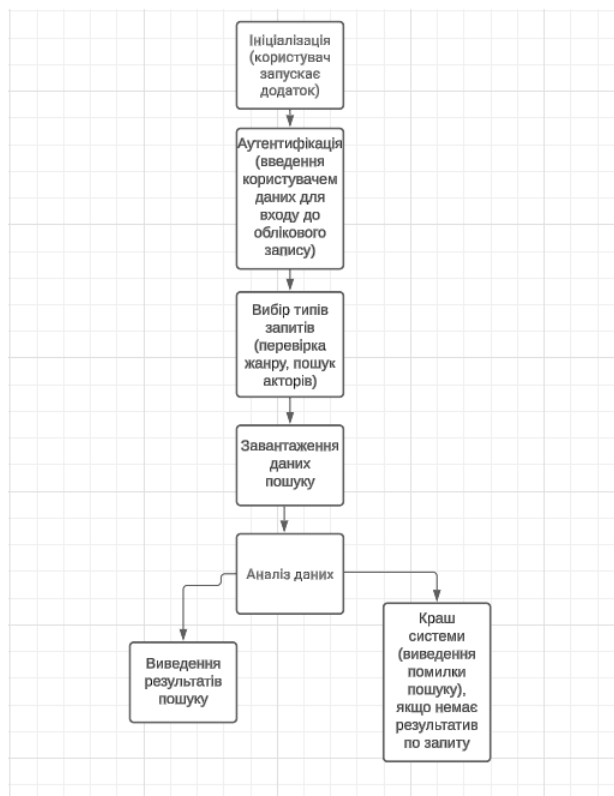


Рис. 1. Фрагмент ескізного проекту ПС «Фільмографія»

Застосування клієнт-серверної архітектури в цьому контексті дозволить створити ефективний та швидкий засіб для організації та отримання інформації про фільми. Метою цієї дипломної роботи є створення програмної системи "Фільмографія", яка забезпечить користувачам зручний та ефективний інструмент для організації та пошуку фільмів. Використання клієнт-серверної архітектури дозволить оптимізувати обробку запитів та забезпечити високу швидкодію системи [2].

Програмна система "Фільмографія" фокусується на фільмовому контенті, надаючи користувачам зручний інструмент для організації, пошуку та відстеження фільмів. Використання клієнт-серверної архітектури гарантує

швидку та ефективну комунікацію між клієнтською та серверною частинами системи, забезпечуючи високу продуктивність та надійність [3].

Функціональні можливості: організація власної фільмотеки; пошук та фільтрація фільмів за різними параметрами; відслідковування перегляду та оцінювання фільмів; рекомендації та персоналізовані підказки.

Клієнтська частина: Реалізована з використанням сучасних веб-технологій (HTML, CSS, JavaScript), що забезпечує зручний та інтуїтивний інтерфейс.

Серверна частина: Використовує серверні технології, такі як Node.js або Django, для ефективного оброблення запитів та управління базою даних [4].

Переваги використання системи: висока швидкодія та ефективність завдяки клієнт-серверній архітектурі; зручний та дружелюбний інтерфейс для користувачів; персоналізовані функції для кращого взаємодії з фільмотекою.

Програмна система «Фільмографія» не лише вирішує проблеми організації та пошуку фільмів, але і створює високоефективне та задовольняючи взаємодію з фільмовим контентом для кожного користувача [5]. Клієнт-серверна архітектура гарантує оптимальну працездатність системи у будь-який час.

Анотація. Розроблена програмна система «Фільмографія» – це інноваційний інструмент, спрямований на полегшення та оптимізацію процесу організації та пошуку фільмів для користувачів. Заснована на клієнт-серверній архітектурі, система розроблена з урахуванням сучасних стандартів та тенденцій в галузі програмного забезпечення

Ключові слова: фільмографія, дослідницьке навчання, варіативні моделі, комп'ютерне моделювання, клієнт-серверна архітектура, КОМСДН.

Література

1. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.
2. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in

schools, [w:] Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznaskiej (WPP), 2019. P. 101-119.

3. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers “Clever”. In: , et al. Innovations in Mechatronics Engineering II. icieng 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2022.

4. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.

5. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.

УДК 004.942:[327

Кукульчук В. О. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – доц. Гриб'юк О. О

Міжнародний науково-технічний Університет імені академіка Ю.Бугая

РОЗРОБЛЕННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ ГРИ В ЖАНРІ ГОЛОВОЛОМКИ НА ОСНОВІ ІГРОВОГО РУШІЯ UNITY

На етапі проектування інтелектуальної гри «Labyrinth Memory» в жанрі головоломки передбачається реалізація компонентів з використанням ігрового рушія Unity 3D (версії 2021.3.37f1), платформи PC. Гравець керує персонажем у ізометричному вигляді, який переміщується через лабіринт, що складається з різноманітних кімнат, з'єднаних вузькими тунелями. Кожна кімната містить унікальну головоломку, яка може бути зосереджена на логіці або пам'яті, і вимагає від гравця зосередженості та кмітливості для її розв'язання [1].



Рис. 1. Логотип гри «Labyrinth Memory»

У процесі успішного вирішення дослідницьких проблем головоломки, двері до наступного тунелю відкриваються, дозволяючи персонажу продовжити свій шлях через лабіринт [2]. У випадку невдачі або закінчення часу, гравець має можливість продовжити рух до наступної кімнати, однак гра автоматично починається заново, і для завершення необхідно успішно пройти послідовність із п'яти кімнат [3]. *Мета гри* полягає у знаходженні кімнати з таємничим ключем і оптимальним/успішним виходом з неї (рис. 2).



Рис. 2. Головне меню гри «Labyrinth Memory»

Коротка передісторія: археолог Джордж Міллер вирушив в експедицію на безлюдний острів, оповитий таємницями та легендами. Згідно з давніми картами, саме тут мають бути руїни колись великої, але загадково зниклої цивілізації. Професор, який усе життя присвятив пошуку втрачених артефактів і розгадуванню історичних таємниць, упевнений, що цей острів може приховувати ключ до розуміння багатьох археологічних загадок. Після кількох днів копітких розкопок в одній з виявлених печер, команда Міллера знаходить дивний механізм, що зовні нагадує компас, але з небаченими символами замість звичайних напрямків. Під час спроби вивчити пристрій, він несподівано активується, випромінюючи слабе світло, яке спрямовує Міллера до стародавнього входу в підземелля.

Побоюючись втратити цю унікальну знахідку, професор вирішує увійти всередину самотійно, залишивши свою команду на поверхні. Вхід починається одразу ж після того, як він ступає всередину, залишаючи його сам на сам із незвіданим лабіринтом коридорів і кімнат, кожна з яких приховує в собі унікальні головоломки і випробування [4]. Тепер йому доведеться використати всю свою кмітливість і знання, щоб знайти вихід з цього стародавнього лабіринту, який, здається, створений не тільки як захист від непрошених гостей, але і як випробування для гідних розгадати його таємниці.

Головне меню включає в себе модулі: *1. Почати гру. 2. Продовжити гру. 3. Налаштування. 4. Вихід.*

Після перегляду предисторії починається гра де спочатку гравець з'являється в тунелі та підходить до першої кімнати, кожен рівень пронумерований на підлозі або на стінах [5]. Після того, як гравець пройде всі рівні, відображається кат-сцена з відображенням малюнків, у тому числі відображається, як гравець отримує таємничий ключ і виходить з лабіринту.

***Анотація.** Розглядаються особливості проектування і розроблення інтелектуальної гри «Labyrinth Memory» в жанрі головоломки, передбачається реалізація компонентів з використанням ігрового рушія Unity 3D (версії 2021.3.37f1), платформи PC. Здійснено ґрунтовний аналіз*

вимог до програмного забезпечення і тестування у контексті використання технологій штучного інтелекту як інструменту для розвитку майбутнього інженера.

Ключові слова: *штучний інтелект, дослідницьке навчання, варіативні моделі, комп'ютерне моделювання, КОМСДН, Labyrinth Memory, AI.*

Література

1. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.
2. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznaskiej (WPP), 2019. P. 101-119.
3. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers "Clever". In: , et al. Innovations in Mechatronics Engineering II. icieng 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2022.
4. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.
5. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.

УДК 004.942:[3275

Кушнірук А. Є. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – доц. Гриб'юк О. О

Міжнародний науково-технічний Університет імені академіка Ю.Бугая

РОЗРОБЛЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ АНАЛІТИЧНОЇ СИСТЕМИ З ПРОДАЖУ КНИГ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ DYNAMICS 365 BUSINESS CENTRAL

У сучасному бізнес-середовищі автоматизація бізнес-процесів у сфері продажу книг стає важливим елементом для підвищення ефективності та конкурентоспроможності підприємств. Застосування інформаційно-

аналітичних систем може значно полегшити управління, забезпечити точність даних та збільшити швидкість опрацювання даних.

Розроблена система дозволяє автоматизувати багато рутинних процесів, таких як облік запасів, замовлення та оплата, що спрощує і прискорює роботу. Зменшення часу, витраченого на ці процеси, дозволяє працівникам більше уваги приділяти стратегічним аспектам бізнесу, таким як розвиток нових продуктів чи пошук нових ринків. Завдяки автоматизованій системі обліку, дані про запаси, продажі та фінанси стають більш точними і надійними [1]. Це допомагає уникнути помилок та забезпечує правильне прийняття управлінських рішень.

Microsoft Dynamics 365 Business Central – це лінійка інтелектуальних додатків, призначених для підтримки всіх бізнес-процесів підприємства: від управління фінансами, продажами, виробництвом, логістикою, до управління взаємовідносинами з клієнтами та бізнес-аналітики. Дозволяє використовувати єдину платформу для вирішення більшості бізнес-завдань і включає в себе системи управління ресурсами підприємства ERP класу: *Microsoft Dynamics 365 for Finance and Operations (Axapta)*, *Microsoft Dynamics 365 Business Central (NAV)*; додатки для управління взаємовідносинами з клієнтами CRM – *Dynamics 365 Customer Engagement*; додатки для аналізу, візуалізації та автоматизації процесу отримання даних: *Microsoft Power Platform, Power Apps*.

Переваги використання *Microsoft Dynamics 365 Business Central*:

Система дозволяє одночасно вести управлінський, фінансовий, податковий, а також кадровий облік як в Україні, так і в 103 інших країнах світу.

Рішення відповідає як міжнародним нормам, так і вимогам українського податкового і трудового законодавства, і враховує оновлення та зміни законодавчої бази.

Рішення надає керівникам інструменти для планування ресурсів, а також для контролю як окремих бізнес-процесів, так і бізнесу в цілому.

Система забезпечує прозорість фінансових операцій. Оскільки ERP-рішення приймає й обробляє дані з усіх процесів організації, критичним є ступінь довіри до такої системи як всередині компанії, так і серед її партнерів та інвесторів [3].

Система постійно вдосконалюється шляхом регулярного виходу додаткових рішень, які забезпечують автоматизацію бізнес-завдань з можливістю легкого контролю та аудиту всіх процесів [4].

Рішення гнучко кастомізується під потреби бізнесу, швидко впроваджується та легко інтегрується з іншими системами.

Особливості проектування інформаційної аналітичної системи з продажу книг із використанням Microsoft Dynamics 365 Business Central:

Додавання книг: форма для введення основних характеристик книги, таких як назва, автор, жанр, ціна, кількість на складі.

Інтерфейс: простий інтерфейс для введення та завантаження даних про нові книги до системи.

Редагування книг: функціонал для зміни атрибутів книги, оновлення інформації, корекції цін, кількості на складі тощо.

Інтерфейс: Можливість редагування даних книги через панель адміністратора або спеціальну форму.

Видалення книг: функціонал для видалення книги з бази даних, з урахуванням взаємодії з іншими системними процесами.

Інтерфейс: Можливість видалення книги підтверджується адміністратором або відповідним користувачем.

Аналогічними є функціональні можливості з додавання, редагування та видалення клієнтів та замовлень.

Опрацювання платежів: інтеграція з платіжними системами для забезпечення безпечного та зручного процесу оплати замовлень. Клієнт обирає метод оплати, вводить необхідні дані, система проводить транзакцію, надсилає підтвердження.

Автоматичне формування звітів за різними параметрами (продажі, доходи, запаси тощо).

Продажі: система автоматично аналізує дані про продажі за певний період, групує за книгами, авторами, жанрами тощо.

Звіт: виведення статистики продажів у вигляді графіків, діаграм, таблиць з можливістю фільтрації та сортування.

Доходи: система автоматично розраховує доходи з продажів, враховуючи витрати, знижки, акції.

Звіт: формування звіту про доходи, виведення основних показників, рентабельності, збитків, прибутку.

Запаси: система автоматично відстежує кількість книг на складі, прогнозує потреби у поповненні запасів.

Звіт: генерація звіту про стан запасів, виведення інформації про доступність книг, необхідність закупівель.

Business Central може бути легко налаштований під конкретні потреби та розмір бізнесу. Це дозволяє підприємствам будувати систему, яка ідеально підходить для їхніх потреб, і розширювати її зі зростанням обсягів бізнесу [5]. Розроблена програмна система містить постійну та актуальну підтримку, вдосконалюється та отримує нові можливості, на відміну від інших популярних аналогів. В нещодавньому оновленні система додала до своїх можливостей штучний інтелект, який своїм існуванням вже полегшує рутину роботи, але з подальшими оновленнями зможе замінити більшість необхідних функцій.

Анотація. *ІТ-освіта є одним з інструментів підготовки фахівців майбутнього, здатних креативно мислити та створювати інформаційні аналітичні програмні системи. Розглядається приклад програмної реалізації інформаційної аналітичної системи продажу книг із використанням Microsoft Dynamics 365 Business Central, у тому числі з явним виокремленням станів і технологій як інструментів для забезпечення розвитку майбутнього інженера.*

Ключові слова: *інформаційна аналітична система, варіативні моделі, комп'ютерне моделювання, КОМСДН, Microsoft Dynamics 365 Business Central.*

Література

1. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.
2. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.
3. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznaskiej (WPP), 2019. P. 101-119.
4. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers "Clever". In: , et al. Innovations in Mechatronics Engineering II. 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2022.
5. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.

УДК 004.942:[3273

Легкий С.В. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – доц. Гриб'юк О. О

Міжнародний науково-технічний Університет імені академіка Ю.Бугая

РОЗРОБЛЕННЯ ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ "ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МОБІЛЬНИХ ПРОЦЕСОРІВ" ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЙ ОБ'ЄКТНО ОРІЄНТОВАНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

З кожним днем розвитку технологій ринок мобільних пристроїв та їх компонентів постійно змінюється. Процесор є одним з найважливіших компонентів сучасного мобільного пристрою, оскільки від його продуктивності залежать швидкодія та ефективність роботи пристрою.

Зростання конкуренції на ринку мобільних процесорів призводить до того, що користувачам складно визначити оптимальний вибір для своїх потреб. Багато користувачів віддають перевагу мобільним пристроям на

основі їхніх характеристик процесора, тому порівняльний аналіз є ключовим етапом при виборі пристрою [1].

Мета дослідницької роботи полягає у розробленні програмної системи «Порівняльний аналіз мобільних процесорів» є надання користувачам засобів для об'єктивного та зручного порівняння різних мобільних процесорів на основі їхніх технічних характеристик, продуктивності та ефективності (рис. 1).

Для реалізації програмної системи будуть використані сучасні технології об'єктно-орієнтованого програмування, такі як мова програмування Java або Python, фреймворки для розробки веб-додатків (наприклад, Django або Spring), а також бази даних для збереження та організації отриманих даних [2].

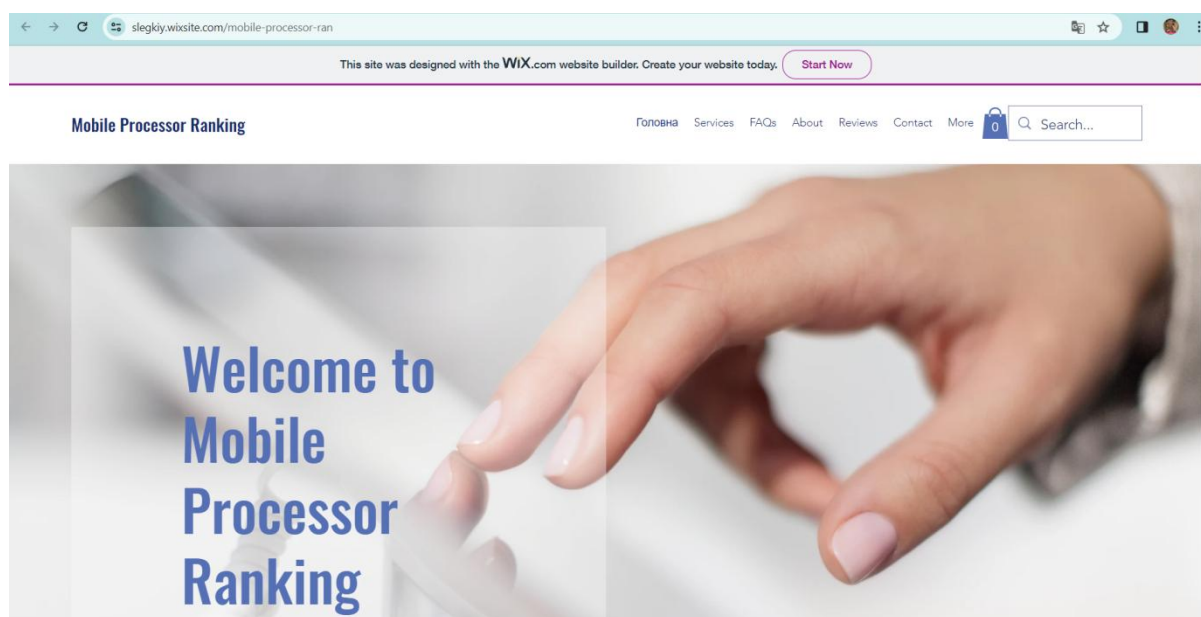


Рис. 1. Прототип головної сторінки

Цільова аудиторія: користувачі мобільних пристроїв (смартфони, планшети, ноутбуки), які зацікавлені в об'єктивному порівняльному аналізі мобільних процесорів перед придбанням пристрою. Технологічні ентузіасти, які прагнуть дізнатися більше про характеристики та функціональні можливості різних мобільних процесорів.

Пропозиція цінності: надання користувачам можливості порівняти різні мобільні процесори за такими критеріями, як швидкість, енергоефективність,

ціна, характеристики тощо. Доступ до об'єктивної та достовірної інформації про характеристики мобільних процесорів від різних виробників. Підвищення обізнаності користувачів щодо сучасних технологій мобільних процесорів та їхнього впливу на продуктивність пристроїв [3].

Канали реалізації: веб-платформа або мобільний додаток, де користувачі можуть проводити порівняльний аналіз мобільних процесорів. Реклама та контентна маркетингова стратегія для залучення нових користувачів.

Джерела доходу: рекламні платежі від виробників мобільних пристроїв, які бажають виділятися серед конкурентів у порівняльному аналізі. Платні підписки на розширені функціональні можливості або доступ до додаткового контенту.

Ключові партнери: виробники мобільних пристроїв для надання інформації про характеристики своїх продуктів. Технологічні експерти та видання для отримання консультацій та публікації контенту.

Модуль аутентифікації і авторизації: забезпечує ідентифікацію користувачів та контроль доступу до функціональності системи.

Модуль управління користувачами: дозволяє адміністраторам керувати правами доступу користувачів, реєструвати нових користувачів та керувати їхніми обліковими записами.

Модуль обробки та аналізу даних: відповідає за обробку і аналіз інформації про мобільні процесори, що включає в себе збирання, обробку та порівняння даних про характеристики процесорів.

Модуль інтерфейсу користувача: передбачає веб-або мобільний інтерфейс, через який користувачі можуть взаємодіяти з системою, виконувати пошук, встановлювати критерії порівняння та переглядати результати аналізу.

Модуль збереження даних: відповідає за збереження та управління базою даних, яка містить інформацію про мобільні процесори, виробників, їх характеристики та інші відомості.

Модуль зовнішніх джерел даних: забезпечує інтеграцію з зовнішніми джерелами інформації про мобільні процесори, такими як веб-сайти виробників, технічні огляди, форуми тощо.

Модуль аналітики та звітності: надає можливість генерувати звіти, графіки та інші аналітичні дані на основі результатів порівняльного аналізу мобільних процесорів.

Технічні обмеження: програмна система має підтримувати роботу на різних операційних системах, включаючи Android, iOS та Windows (рис. 2). Максимальний обсяг даних для порівняння не повинен перевищувати 10 000 записів для забезпечення швидкої обробки даних [4].

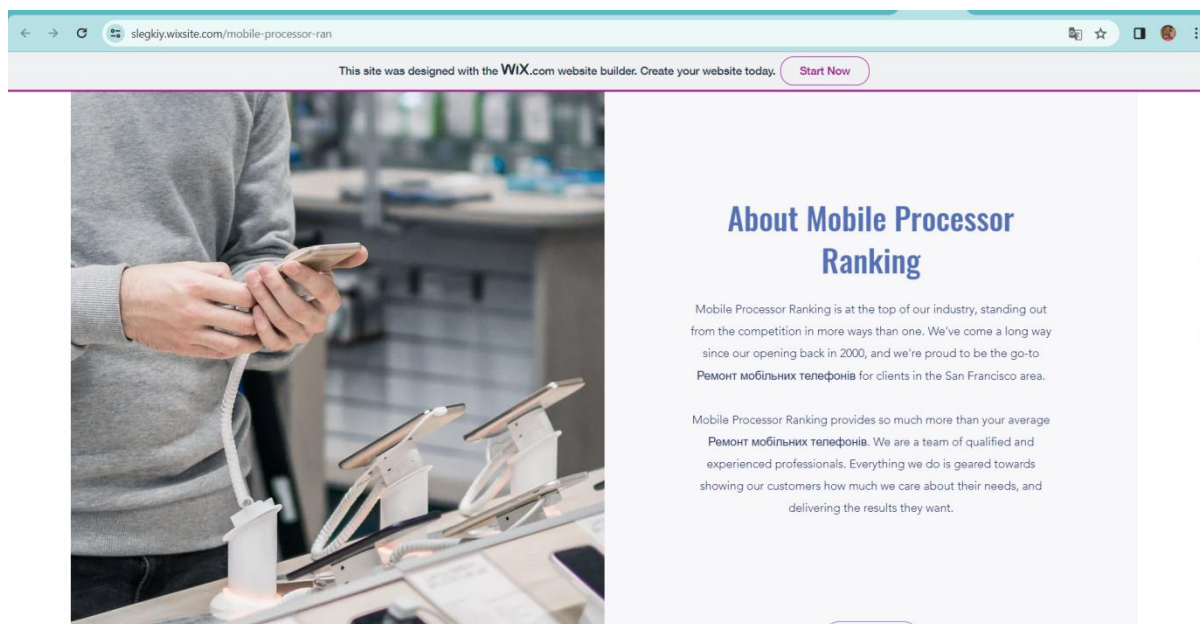


Рис. 2. Прототип сторінки «Дослідницькі проекти»

Вимоги безпеки: система повинна забезпечувати конфіденційність особистих даних користувачів шляхом шифрування та безпечного зберігання даних. Доступ до адміністративних функцій системи повинен бути обмежений за допомогою системи автентифікації та авторизації.

Функціональні вимоги: система має надавати можливість фільтрації та сортування результатів порівняння за різними критеріями, такими як ціна,

продуктивність, енергоефективність тощо. Підтримка механізму відгуків користувачів для оцінки та коментування результатів порівняння.

Ергономічні вимоги: інтерфейс користувача має бути інтуїтивно зрозумілим та легким у використанні навіть для непрофесійних користувачів. Веб-додаток має бути адаптований для використання на різних типах пристроїв, включаючи смартфони, планшети та настільні комп'ютери.

Надійність: система має забезпечувати стабільну роботу протягом 24 годин на день, 7 днів на тиждень. Середній час між відмовами (MTBF) повинен бути не менше 500 годин.

Продуктивність: система повинна мати час відгуку на запити користувачів менше 1 секунди для 95% запитів. Система повинна мати можливість обробляти до 1000 запитів на порівняння процесорів одночасно.

Ефективність використання ресурсів: використання CPU системи під час обчислень повинно бути менше 50% для забезпечення швидкої реакції системи на запити користувачів. Використання пам'яті системи не повинно перевищувати 2 ГБ під час роботи програми.

Безпека: доступ до адміністративних функцій системи має бути обмежений із використанням аутентифікації та авторизації. Користувальницькі дані мають бути зашифровані під час передачі через мережу для запобігання несанкціонованому доступу.

Масштабованість: система повинна мати можливість масштабуватися для обробки зростаючого обсягу даних та запитів користувачів без значного збільшення часу відгуку.

Сумісність: веб-інтерфейс системи повинен коректно відображатися в останніх версіях веб-браузерів Chrome, Firefox, Safari та Edge.

Підтримка: система має мати документацію, яка описує процеси встановлення, налаштування та використання системи. Розробникам системи має бути доступна підтримка та консультації з питань використання та налагодження програмного забезпечення.

Образ проекту: розроблено онлайн-систему, яка надає користувачам можливість ознайомитися з рейтингом мобільних процесорів та їхніми характеристиками для зручного вибору оптимального пристрою.

Класи моделей (Model Classes): User представляє користувача системи. Може мати атрибути, такі як ім'я, електронна пошта, пароль; history_search: історія пошуку користувача; Stats представляє статистику вибраного мобільного процесору з іншими представниками на сайті.

Process Model: модель описує процеси та потоки даних в системі або програмному забезпеченні. Вона показує, які дії виконуються системою та як дані обробляються та передаються між різними компонентами.

Класи контролерів (Controller Classes): UserController: Керує реєстрацією, входом та іншими діями користувача; MovieController: Обробляє запити, пов'язані з додаванням мобільних процесорів для порівняння у всіх можливих випадків; ReviewController: Відповідає за додавання та відображення всього рейтингу.

Functional Model: модель визначає функції та послуги, які надає система або програмне забезпечення. Вона описує, які операції можуть бути виконані користувачами системи та як вони взаємодіють з різними компонентами.

View: клас відповідає за відображення даних користувачеві та взаємодію з ним.

Layout: клас визначає загальну структуру сторінок веб-сайту, таку як шапка, підвал, бічне меню тощо. Він використовується для створення єдиного вигляду для всіх сторінок веб-сайту.

Результати: розроблено інформаційний портал з актуальними даними про мобільні процесори різних виробників. Наявність зручного інтерфейсу для користувачів, де вони можуть виконувати пошук, сортування та фільтрацію процесорів за різними параметрами. Відображення рейтингу процесорів на основі їхніх технічних характеристик та відгуків користувачів.

Оцінка продуктивності: користувачі можуть отримати інформацію про продуктивність мобільних процесорів, включаючи результати тестів продуктивності та бенчмарків, які допомагають у зробленні об'єктивних висновків.

Аналіз енергоефективності: програмний продукт може надавати дані щодо енергоефективності мобільних процесорів, включаючи споживання енергії в різних режимах роботи та тривалість роботи в режимі очікування та активному використанні.

Рейтинг та рекомендації: система може надавати рейтинги мобільних процесорів на основі їхніх характеристик та продуктивності, а також рекомендації щодо оптимального вибору пристрою відповідно до потреб користувача.

Оновлення даних: програмний продукт повинен мати можливість регулярного оновлення інформації про мобільні процесори [5], щоб користувачі могли мати доступ до актуальних даних про найновіші моделі та характеристики.

Анотація. У дослідницькій роботі пропонується програмна система «Порівняльний аналіз мобільних процесорів», призначена для забезпечення користувачів інструментом, який дозволить їм порівнювати різні мобільні процесори за різними параметрами та характеристиками. Система здатна аналізувати такі параметри, як технічні характеристики (тактова частота, кількість ядер, архітектура), продуктивність, енергоефективність, вартість та інші. Основна область застосування програмної системи полягає в допомозі користувачам при виборі мобільного пристрою, особливо при виборі пристроїв з різними мобільними процесорами. Вона може бути корисною для споживачів, які шукають оптимальний пристрій для своїх потреб, а також для виробників смартфонів та інших мобільних пристроїв для аналізу конкурентоспроможності їхніх продуктів на ринку.

Ключові слова: мобільні процесори, дослідницьке навчання, варіативні моделі, комп'ютерне моделювання, мобільні пристрої, КОМСДН, ООП.

Література

1. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.

2. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.

3. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznaskiej (WPP), 2019. P. 101-119.

4. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers “Clever”. In: , et al. Innovations in Mechatronics Engineering II. 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2022.

5. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.

УДК 004 + 621.91:67.05

Могильницький М. В., методист
*Навчально-методичний центр професійно-технічної освіти
(Чернігів, Україна)*

ОПЕРАТОРНИЙ МЕТОД ОПИСУ АЛГОРИТМІВ: ІСТОРІЯ ТА ВИХОДИ НА ЗАВДАННЯ СКЛАДНОЇ ФОРМОГЕНЕРАЦІЇ ТА СУПУТНЬОГО РУХУ

У середині ХХ століття поняття алгоритму все ще розглядалося як теоретична проблема (машини Тьюринга, Поста та ін.). Але у 1950-х роках існували поодинокі екземпляри електронно-обчислювальних машин. Одна з них – МЕОМ (Мала електронна обчислювальна машина, 1950), була у Києві – це перша така машина у континентальній Європі [1;4]. Розробники С.О. Лебедєв, Л.Н. Дашевський, К.О. Шкабара, методика розрахунків Б.В. Гнеденко, К.Л. Ющенко. Пізніше було запущено машину «Київ» (1956). У рамках МЕОМ та «Київ» існували різні методи опису схем алгоритмів програм (К.Л. Ющенко) [2,с.109]. У 1952 р. О.А. Ляпунов, М.Р. Шура-Бура, О.А. Ющенко, К.Л. Ющенко розв’язують завдання балістики. Під впливом роботи в Україні О.А. Ляпунов розробляє свій операторний метод програмування (1953). Він є одним із базових основ програмування високого

рівня, етапом розвитку теоретичного програмування [6;7]. Хоча треба пам'ятати, що розроблювався він все ж таки на тогочасному матеріалі програмування в машинних кодах, асемблерах.

У операторному методі алгоритм розбивається на функціонально навантажені частини, які реалізуються за допомогою операторів (акт переробки інформації) і логічних умов (перевірка інформацій на певну умову). Останні визначають порядок обчислення (виконання) операторів. Логічна схема, що описує алгоритм, є рядком з операторів і логічних умов, із стрілками переходу. Виконання логічної схеми здійснюється застосуванням до неї певної універсальної процедури. Один із варіантів таких схем і був запропонований Ляпуновим та його послідовниками [6;7].

Нехай схема складається з кількох операторів A, B, C, D та умов p і q . Виконується схема зліва направо. Наприклад: $A \ p \uparrow 1 \ B \downarrow 2 \ C \downarrow 1 \ q \uparrow 2 \ D$. Після оператора A перевіряється умова p й в одному з випадків відбувається перехід за стрілкою [вгору з номером] у точку [до стрілки вниз із тим самим номером] відразу після оператора B , тобто. до перевірки нової умови q . Ця перевірка відкидає [стрілка з індексом 2 вгору] обчислювальний процес у точку між операторами B і C [стрілка 2 вниз], а інакше веде до фінального оператора D . Зазвичай номери переходів пишуть над стрілками. Тут цього не дотримано для простоти верстки тексту. Отже, схеми описують цикли, переходи та умови. Логічні схеми можна й як схему однієї конкретної програми, як і схему цілого класу програм із загальною структурою. Другий випадок спричиняв завдання побудови функціонально еквівалентних програм. У загальному випадку таке завдання немає однозначного рішення. Спрощуючи можна сказати, що це питання про виконання двома програмами однієї й тієї функції (функцій). З певними обмеженнями, оперуючи схемами, можна переконатися у досягненні програмами однакового кінцевого результату. Повнотою системи в класі схем називається така властивість: якими б не були дві еквівалентні схеми з даного класу, існує ланцюжок

перетворень, що належать системі і перекладають одну схему в іншу. Розроблялися алгоритми переходу від програм до схем, і навпаки; еквівалентних перетворень для схем, отже, і описуваних ними програм. Це було базою написання перших трансляторів. Але подальший прогрес мов програмування не пішов шляхом використання операторів як великих одиниць обробки інформації, навпаки алгоритм розпадався на окремі рядки операторів-директив [2,с.106].

Вже 1956 р. О.А. Ляпунов поширює свій метод не лише на суто обчислювальні завдання, а й для потреб управління. Тут на виході його схем відносно прості коди, близькі за структурою першим комп'ютерам та числовому керуючому обладнанню [3]. І сьогодні є прилади, де людина взаємодіє з технічним пристроєм за допомогою кодів, а не складних структур даних. Як приклад можна навести програмування в кодах на мікрокалькуляторах, які ще недавно широко застосовувалися в навчальному процесі. Але набагато цікавіший приклад – мова технічних пристроїв управління рухом – G-код. Він розроблений на початку 1960-х рр.. та за часом близький до праць Ляпунова та його послідовників. Цей код керує верстатами з числовим програмним керуванням (токарними, фрезерними), принтерами, 3D-принтерами, роботами, автоматичними лініями. Подібність G-коду за структурою з кодами перших обчислювальних машин, наштовхує нас на думку про можливість застосування операторних схем для аналізу механізмів забезпечення руху в технічних пристроях (верстатах перш за все), а також для потреб навчання роботі на них. Тут алгоритмічна схема стає складною композицією керуючого обчислювального процесу реалізованою універсальним комп'ютером (із платою керування) чи більш спеціалізованим мікроконтролером, набору констант та керуючого коду у їхній пам'яті, константних та змінних механічних елементів (наприклад шестірні) пристрою. Алгоритм тут спрямований, в першу чергу, не на обчислення як таке, а на опис та реалізацію руху з метою формогенерації (наприклад рухом

різця) через керовані електромеханічні та фізико-хімічні процеси, а також допоміжних супутніх рухів (задачі автоматизації, роботизації).

Не можна не відзначити, що ще однією точкою застосування операторів Ляпунова стала фізіологія праці, інженерна психологія, де вони почали описувати трудову діяльність людини, причому не тільки автоматизовану, а й ручну, і комбіновану («людина-машина»). Це дозволяє здійснити пошуки педагогами і методистами трудового навчання спільних основ для трудових операцій (рухів) людини з допомогою методу Ляпунова.

Хоча складання програм на G-коді нині автоматизується за допомогою систем САПР та інших інструментальних систем програмування, його вивчення та програмування на ньому, як і раніше, важлива складова процесів навчання технологів та інженерів у галузі механічної обробки та завдань супутнього руху (переміщення, транспортування і т.д.). Ось чому операторні схеми програм цілком можуть поповнити методичний арсенал навчання в коледжах та ВНЗ.

Загалом тематика розвитку національної промисловості, її педагогічного та когнітивного забезпечення, прикладена до підготовки робітничих кадрів – одна з складових підґрунтя технічного розвитку та економічного відновлення України.

***Анотація.** В статті обґрунтовується доцільність використання операторного методу Ляпунова щодо завдань алгоритмізації процесу обробки деталей (більш широко формогенерації), супутніх рухів в формі засобів автоматизації і власне людини, та пошуку спільної методичної платформи трудової діяльності в системі «людина-машина».*

***Ключові слова:** операторний метод Ляпунова, алгоритм, G-код, верстати з числовим програмним керуванням, трудова діяльність людини.*

Література

1. Кратко М.І. З історії розвитку інформатики в Україні .*Світосгляд*. 2009. №6. С.56-62.
2. Ющенко Ю.О. Розробка архітектури комп'ютера «Київ» за концепцією адресного методу програмування . *Проблеми програмування*. 2021. №4. С.103-118. <https://doi.org/10.15407/pp2021.04.103>.
3. Ershov A.P., Lyapunov A.A. Formalization of the concept of a program. *Kibernetika* [Faraday Press & New Journal, USA], 1967. №5.

4. Gerovitch S. From Newspeak to Cyberspeak. A History of Soviet Cybernetics. Cambridge, MA: The MIT Press 2002. 378 p.
5. Kitov A.I., Krinitskii N.A. Electronic computers / translated from the Russian by R. P. Froom, English translation editor A. D. Booth. Pergamon Press, Oxford, London, New York, Paris 1962; 112 S. DOI:10.1002/BIMJ.19640060114
6. Lyapunov A. A. (on his 60th birthday). *Cybern Syst Anal.* 1971. P. 935–937. <https://doi.org/10.1007/BF01641516>
7. Lyapunov A. A., Computer Pioneer Award 1996: «Developed the first theory of operator methods for abstract programming, and founded Soviet cybernetics and programming» (1996). URL: <https://www.computer.org/profiles/alexey-lyapunov> (доступ 01.02.2023)

УДК 004.942

Омельченко А.С. (студ., 4 курс)
Науковий керівник – доц. Гриб'юк О. О
Міжнародний науково-технічний Університет імені академіка Ю.Бугая

ТЕХНОЛОГІЇ РОЗРОБЛЕННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ ІГОР ЯК ЗАСОБУ НАВЧАННЯ І ТЕСТУВАННЯ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ІМЕРСИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

За останні декілька десятиліть технології змінилися докорінно NF це вже відобразилось на багатьох аспектах дослідницького навчання. Проте, для того, щоб продовжувати створювати актуальні та висококваліфіковані кадри, покращуватись потрібно постійно. З огляду на кількість провідних шкіл для розробки відеоігор, не дивно, що рішення про продовження навчання в цій дуже перспективній галузі виявилось настільки популярним серед молоді [1].

Мета дослідницької роботи полягає у здійсненні ґрунтовного аналізу технологій розроблення комп'ютерних ігор як засобу дослідницького навчання і тестування із використанням імерсивних технологій і розроблення навчальної програми щодо створення ігрових систем.

Критерії добору ігрового двигуна для створення гри наведені нижче: *usability* (користувальницький інтерфейс, як легко було вчитися і розвиватися); *функціональність*; *ціна*.

Unreal Engine використовується для виробництва деяких найвищих у світі ігор AAA на ринку. Ігри, схожі на серію Batman Arkham на останніх консолях («Epics», серії «Gears of War») розроблено на udk3, а також інді-

хіти (*Toxic Games «Qube»*, «Денне світло» для ПК та PS4 від *Zombie Studios* та інші *Epic Games «Fortnite»*). Однак користувацький інтерфейс і елементи керування навігацією є дуже полірованими та прості у використанні [2].

Ігровий двигун Id Tech 4: потрібен високопродуктивний графічний процесор (GPU) з повністю програмованими вершинами та піксельними шейдерами (*Nvidia GeForce 3*, *ATI Radeon 8500*), що має принаймні 64 МБ VRAM [3]. Рекомендований GPU сумісний з DirectX 9.0b (*Radeon 9700* з 128 Мб VRAM). Хоча функції *Radeon 9700 DirectX 9.0* не потрібні для відтворення гри, його просунута архітектура, 256-розрядна шина пам'яті та ефективність необхідні для запуску *Doom 3* з високою деталізацією та грати зі швидкістю [4].

На рисунку 1 пропонується розроблений прототип екранної форми та фрагмент коду в контексті зміни вигляду екрану розробленої ігрової системи.

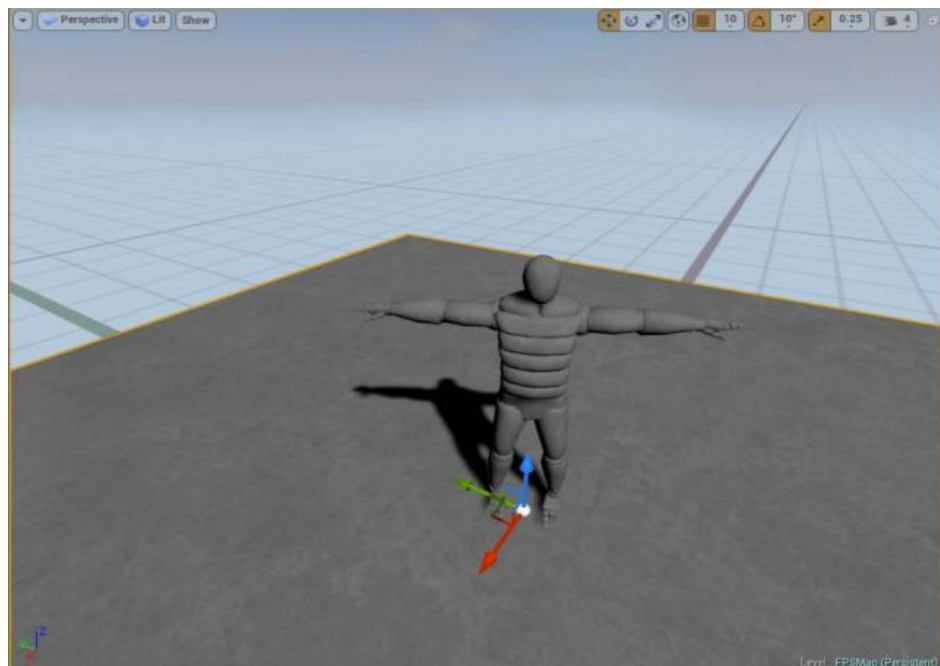


Рис. 1. Прототип екранної форми в контексті зміни вигляду екрану

Нижче наводиться фрагмент коду щодо забезпечення зміни вигляду камери:

```

    /** First person camera */ UPROPERTY(VisibleAnywhere,
BlueprintReadOnly,          Category=Camera)          UCameraComponent*
FirstPersonCameraComponent;

    // Constructor for AFPSCharacter AFPSCharacter(const FObjectInitializer&
ObjectInitializer);

    AFPSCharacter::AFPSCharacter(const FObjectInitializer&
ObjectInitializer) : Super(ObjectInitializer) { // Create a CameraComponent 114
FirstPersonCameraComponent = ObjectInitializer.CreateDefaultSubobject(this,
TEXT("FirstPersonCamera")); FirstPersonCameraComponent->AttachParent =
CapsuleComponent;

```

Нижче наводиться прототип екранної форми та фрагмент коду щодо забезпечення динамічної візуалізації щодо переміщення кулі з використанням IVR.

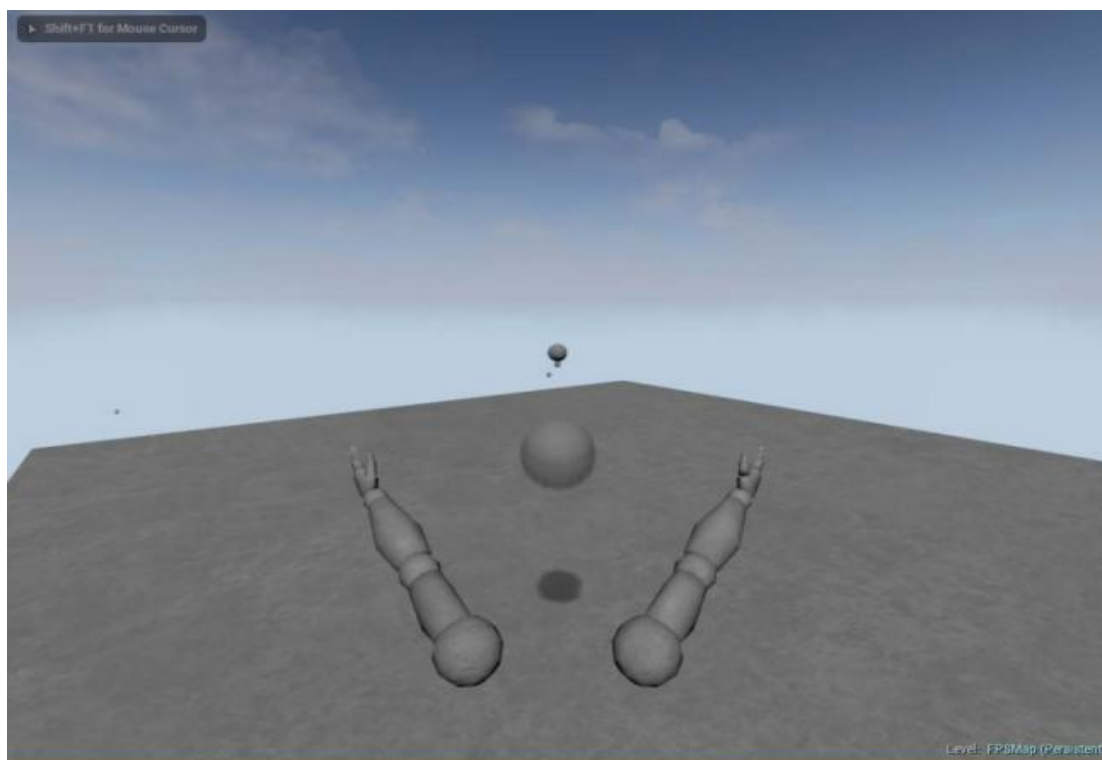


Рис. 2. Динамічні візуалізації щодо переміщення кулі з використанням IVR

```

// Переміщення кулі

```

```

// Use a ProjectileMovementComponent to govern this projectile's
movement

```

```

ProjectileMovement
ObjectInitializer.CreateDefaultSubobject<UProjectileMovementComponent>(this,
TEXT("ProjectileComp"));

ProjectileMovement->UpdatedComponent = CollisionComp;

ProjectileMovement->InitialSpeed = 3000.f;

ProjectileMovement->Max

/** Projectile movement component */ UPROPERTY(VisibleAnywhere,
BlueprintReadOnly, Category=Movement) UProjectileMovementComponent*
ProjectileMovement;

```

Графічний режим «Ультра», що входить до складу Doom 3, навіть не буде працювати на нинішніх популярних відеокартах, доступних у 2004 році, що вимагає щонайменше 512 МБ відеопам'яті для правильного відображення та відтворення за швидкістю [5], що означає, що воно було в основному непридатним під час роботи випуску id Tech 4 призвело до виснаження графічних чіпів DirectX 7 (GeForce 2 і Radeon 7200, а також старі набори чіпсетів, такі як RIVA TNT2 і Rage 128) [6] і рендеринг програмного забезпечення (з інтегрованим Intel GMA) [7]. Недоліком Unreal Engine 4 є високий поріг входу для нових програмістів та дизайнерів.

Анотація. *Мета дослідницької роботи полягає у здійсненні ґрунтовного аналізу технологій розроблення комп'ютерних ігор як засобу дослідницького навчання і тестування із використанням імерсивних технологій і розроблення навчальної програми щодо створення ігрових системи, з використанням якої користувачі отримують оперативний доступ до різноманітних медіа-матеріалів з різноманітних джерел у процесі дослідницького навчання.*

Ключові слова: *комп'ютерна гра, дослідницьке навчання, варіативні моделі, комп'ютерне моделювання, нейронні моделі, IVR, AI, КОМСДН, ООП.*

Література

1. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) *Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.
2. Гриб'юк О.О. Імерсивні технології в освіті: особливості когнітивного розвитку дитини у віртуальному середовищі в процесі дослідницького навчання. *Сучасні*

інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: збірник наукових праць. Київ-Вінниця: ТОВ Фірма «Планер», 2020.

3. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: *Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer*. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.

4. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] *Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie*, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznaskiej (WPP), 2019. P. 101-119.

5. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) *Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.

6. Гриб'юк О.О. Комп'ютерне моделювання та робототехніка в навчально-виховному процесі сучасного навчального закладу. / Гриб'юк О.О. // *Сьома міжнародна науково-практична конференція FOSS Lviv-2017: Збірник наукових праць*, 27-30 квітня 2017 року, м. Львів. С. 38-43. ISBN 978-966-2598-86-5.

7. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers "Clever". In: , et al. *Innovations in Mechatronics Engineering II. 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. 2022.

УДК 004.942:[3277

Петрик В.М. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – доц. Гриб'юк О. О

Міжнародний науково-технічний Університет імені академіка Ю.Бугая

РОЗРОБЛЕННЯ АРХІТЕКТУРИ ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ ДАНИХ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЙ BIG DATA

У сучасному цифровому світі величезну кількість даних генерують різноманітні джерела, починаючи від соціальних мереж і закінчуючи великими корпоративними базами даних. Цей потік інформації, що постійно зростає, має великий потенціал для виявлення цінної інформації та підтримки прийняття рішень. Збільшення обсягів даних ставить перед сучасними інформаційними системами нові виклики у забезпеченні їх ефективності та масштабованості [1]. Дослідження в галузі штучного інтелекту проводяться в

таких напрямках: моделювання на ЕОМ окремих функцій творчих процесів (наприклад, ігрові задачі - шахи, шашки), автоматичне доведення теорем, автоматичний синтез програм, аналіз і синтез музичних творів та ін.

Технології Big Data стали відповіддю на ці виклики, пропонуючи нові підходи до збору, зберігання, обробки та аналізу великих обсягів даних [2]. Розвиток цих технологій відкриває широкі можливості для розроблення програмних систем, спрямованих на комплексний аналіз даних та отримання інсайтів, які можуть бути використані для підтримки прийняття рішень у різних сферах, від бізнесу до науки та громадської діяльності.

Зростання обсягів даних, їх різноманітність та швидкість зміни створюють виклики для існуючих програмних систем, які не завжди можуть ефективно впоратися з такими обсягами інформації. Проблеми, які виникають у зв'язку з аналізом Big Data, включають: *масштабованість, швидкість опрацювання даних, різноманітність даних, якість даних*.

Розроблення архітектури програмної системи комплексного аналізу даних з використанням технологій Big Data є актуальною задачею, що вирішує наведені вище проблеми та відповідає потребам сучасного інформаційного середовища [3].

У рамках дослідження розроблено архітектуру програмної системи комплексного аналізу даних із використанням технологій Big Data, що відповідає основним параметрам:

Ефективність: здатність обробляти великі обсяги даних з високою швидкістю.

Масштабованість: здатність розширюватися для роботи з ще більшими обсягами даних.

Гнучкість: здатність адаптуватися до нових типів даних та завдань аналізу.

Простота у використанні: доступність для користувачів з різним рівнем знань та досвіду.

Безпечність: здатність захищати дані від несанкціонованого доступу.

Предметом дослідження є архітектура програмної системи для комплексного аналізу даних з використанням технологій Big Data. Це включає в себе розробку концепції системи, вибір технологій, проектування архітектурних рішень, реалізацію програмного забезпечення та його тестування. Предмет дослідження також охоплює аналіз ефективності розробленої системи та порівняння з існуючими аналогами на ринку.

Big Data описує набори даних, що характеризуються 5V:

Volume: об'єм вказує на величезну кількість даних, яку потрібно обробити та аналізувати [4]. Це можуть бути тексти, числа, зображення, відео, аудіо тощо. Потужність сучасних систем зберігання даних, таких як сервери та хмарні обчислення, дозволяє зберігати терабайти, петабайти, а навіть ексабайти інформації.

Velocity: швидкість описує темп, з яким дані генеруються та оброблюються. Великі потоки даних можуть надходити в реальному часі з сенсорів Інтернету речей (IoT) [5], соціальних мереж, медичного обладнання тощо. Здатність обробляти ці дані миттєво чи навіть передбачати їхній потік є ключовою для ефективного аналізу.

Variety: різноманіття означає, що дані можуть бути представлені у різних форматах та структурах. Вони можуть бути структурованими (наприклад, таблиці баз даних), неструктурованими (текстові файли, відео) або напівструктурованими (XML-файли, JSON-об'єкти). Управління цією різноманітністю вимагає розуміння та використання різних методів обробки даних.

Veracity: вірогідність відноситься до якості даних та їхньої достовірності. При обробці великих обсягів даних можуть виникати проблеми з несправжніми, неточними або неповними даними. Важливо мати механізми для виявлення та коригування цих проблем для забезпечення точності аналізу.

Value: цінність вказує на потенційну користь, яку можна отримати від аналізу цих даних. Це може бути виявлення нових інсайтів, покращення прийняття рішень у бізнесі, розробка нових продуктів та послуг тощо. Здатність витягти цінну інформацію з великого обсягу даних визначає успішність використання Big Data в різних сферах діяльності.

Розуміння та врахування цих п'яти основних характеристик Big Data допомагає підготуватися до ефективного аналізу та використання великих обсягів даних у різних галузях [6].

У рамках дослідження виконано завдання:

1. Здійснено ґрунтовний аналіз можливостей та особливостей використання різних технологій Big Data (*Hadoop, Spark, Hive, Kafka, Cassandra, MongoDB, Elasticsearch, TensorFlow, PyTorch*), обрано найбільш підходящі для розроблення програмної системи.
2. Визначено функціональні та нефункціональні вимоги до програмної системи.
3. Проведено опитування користувачів для визначення їх потреб та очікувань.
4. Розроблено загальну схему програмної системи.
5. Визначено компоненти програмної системи та їх взаємозв'язки.
6. Обрано відповідні технології для реалізації кожного модуля програмної системи.
7. Розроблено прототип програмної системи, що демонструє її основні функціональні можливості.
8. Проведено тестування програмної системи для перевірки її працездатності, ефективності та безпеки.
9. Здійснено оцінювання програмної системи в контексті відповідності її вимогам.

У рамках дослідження вдалося розробити та вдосконалити програмне забезпечення для комплексного аналізу великих обсягів даних [7], що

дозволило забезпечити ефективну роботу з цими даними та отримати цінні інсайти для прийняття управлінських та стратегічних рішень.

Анотація. Актуальність теми розроблення архітектури програмної системи комплексного аналізу даних з використанням технологій Big Data очевидна в сучасному інформаційному суспільстві. Досягнення в цифрових технологіях призвели до експоненціального зростання обсягів даних, які потребують обробки та аналізу. В дослідницькій роботі здійснено ґрунтовний аналіз існуючих систем комплексного аналізу даних з використання технологій штучного інтелекту. Розроблення програмної системи для комплексного аналізу даних з використанням технологій Big Data відповідає актуальним потребам сучасного світу та є важливим етапом у розвитку інформаційного суспільства.

Ключові слова: Big Data, дослідницьке навчання, варіативні моделі, комп'ютерне моделювання, штучний інтелект, аналіз даних, КОМСДН.

Література

1. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: *Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer*. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.
2. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] *Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie*, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznaskiej (WPP), 2019. P. 101-119.
3. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers "Clever". In: , et al. *Innovations in Mechatronics Engineering II. icieng 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. 2022.
4. Гриб'юк О.О. Комп'ютерне моделювання та робототехніка в навчально-виховному процесі сучасного навчального закладу. / Гриб'юк О.О. // *Сьома міжнародна науково-практична конференція FOSS Lviv-2017: Збірник наукових праць*, 27-30 квітня 2017 року, м. Львів. С. 38-43. ISBN 978-966-2598-86-5
5. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) *Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.
6. Гриб'юк О.О. Рівнева модель дослідницького навчання учнів математики з використанням комп'ютерно орієнтованої методичної системи. *Інформаційні технології і засоби навчання*, 2020. Том 77. № 3. 39-65.
7. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) *Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.

УДК 004.942:[327

ТЕХНОЛОГІЇ ПРОЕКТУВАННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ ІГОР ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ГЕЙМДИЗАЙН ОРІЄНТОВАНИХ ПІДХОДІВ

В сучасному світі ігрова індустрія займає перше місце в прибутковості серед усіх індустрій розваг. Все більше людей мають доступ до створення ігор у себе вдома, але навіть маючи навички програмування, далеко не кожен знає як саме треба зробити гру, щоб задовольнити користувачів. Саме цим аспектом створення гри займається геймдизайнер [1]. Він слідкує за цілим процесом розробки гри: від ідеї до дизайну упаковки.

Мета дослідницької роботи полягає у розробленні комп'ютерних ігор у 2D та 3D стилі у відповідності до принципів візуалізації і конструювання ігрового середовища з урахуванням геймдизайн орієнтованих підходів.

У рамках дослідження проведено опитування щодо створених в цій роботі інтерфейсів. Було взято групу людей, які тестували інтерфейс та відповідали на питання. На основі відповідей була проведена ітерація дизайну та проведено останнє опитування, ціль якого дійти до максимально комфортного для гравця інтерфейсу [2].

Дослідження стануть важливим інструментом та посібником для створення UX орієнтованих ігор. Проаналізувавши існуючі матеріали по цій темі, було виявлено, що більшість посібників мають поверхневе описання правил та методологій створення таких ігор, які захоплять гравців [3]. На зараз, дуже мало матеріалів описують як проводити UX орієнтовані дослідження, як проводити опитування саме в ігровій сфері та як аналізуючи результати досліджень та опитувань створити гру, яка буде створена на основі потреб гравців і правил геймдизайну [4].

У рамках дослідження ґрунтовно прописано правила геймдизайну, створені одним з найважливіших геймдизайнерів світу – Сідом Меєром.

Розглянуто як психологія людини диктує нові методи створення ігрового досвіду на прикладі сучасних ігор [5]. Було аналізовано як створюється такий левел дизайн, який не дає гравцю засумувати, але і не проводить його за руку через рівні, давая йому свободу вибору. Також, було розглянуто як створюється дизайн ігрового інтерфейсу на основі проведення безліч експериментів [6].

Розроблено методологію створення гри у 2D стилі в ігровому двигуні «GameMaker2» за допомогою системи нодів і створення 3D гри в ігровому двигуні «Unreal Engine 4», де детально описується створення BSP моделей в самому двигуні і методологія створення дизайну міста в 3D середовищі, проведено створення ігрового інтерфейсу для обох ігор за правилами UI/UX [7].

У рамках дослідження пропонуються результати опитування користувачів у контексті створених ігрових інтерфейсів пропонованих ігор. Результати опитування збираються та аналізуються, а на їх основі проводиться етап ітерації – зміни в дизайні базуючись на відповідях та потребах користувачів. Після закінчення ітерації проводиться повторне опитування з новим дизайном і аналізуються результати до і після ітерації.

Основні результати роботи:

1. Здійснено ґрунтовний аналіз правил використання гейм дизайну в процесі створення ігор.
2. Розглянуто інструментарій ігрових двигунів «GameMaker 2» і «Unreal Engine 4».
3. Розроблено методичні аспекти проектування і створення 2D і 3D ігор.
4. Здійснено опитування користувачів щодо оптимізації створених ігор з урахуванням геймдизайн орієнтованого підходу.
5. Проведено ітерації в геймдизайні з урахуванням відповідей користувачів.

Результати роботи готові для того, щоб брати у приклад при створенні ігор у стилі 2D в ігровому двигуні «GameMaker 2» та ігор у стилі 3D в ігровому двигуні «Unreal Engine 4». Результати опитування стануть у нагоді при створенні ігрового інтерфейсу для ігор у 2D та 3D стилі, адже мають данні ігрового досвіду реальних людей.

Анотація. Актуальність роботи визначається популяризацією комп'ютерних ігор як інструменту дозвілля. Чим глибше розвивається індустрія – тим вищі очікування від гри, тому необхідно розуміти як створити якісну гру, яка буде ставитись в приклад новим проектам. Мета дослідження полягає у розробленні комп'ютерних ігор у 2D та 3D стилі у відповідності до принципів візуалізації і конструювання ігрового середовища з урахуванням геймдизайн орієнтованих підходів.

Ключові слова: геймдизайн орієнтований підхід, дослідницьке навчання, варіативні моделі, комп'ютерне моделювання, КОМСДН, ігрова система, GameMaker2, AI, ігровий інтерфейс, Unreal Engine 4, UI/UX.

Література

1. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: *Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer*. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.
2. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] *Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie*, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznaskiej (WPP), 2019. P. 101-119.
3. Гриб'юк О.О. *Дослідницьке навчання учнів предметів природничо-математичного циклу з використанням комп'ютерно орієнтованих методичних систем* / О. О. Гриб'юк. Монографія. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2019.
4. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers “Clever”. In: , et al. *Innovations in Mechatronics Engineering II. 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. 2022.
5. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) *Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.
6. Гриб'юк О.О. Комп'ютерне моделювання та робототехніка в навчально-виховному процесі сучасного навчального закладу. / Гриб'юк О.О. // *Сьома міжнародна науково-практична конференція FOSS Lviv-2017: Збірник наукових праць*, 27-30 квітня 2017 року, м. Львів. С. 38-43. ISBN 978-966-2598-86-5.
7. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) *Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.

РОЗРОБЛЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ МОНІТОРИНГУ ПОВІТРЯНИХ ТРИВОГ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ВІЛЬНОПОШИРЮВАНОГО ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

На етапі проектування інформаційної системи для моніторингу повітряних тривог передбачається реалізація компонентів з використанням вільнопоширюваного програмного забезпечення [1]. Необхідні дані передаються у вигляді json у вигляді “region”: “state” де region це ім’я регіона, а state це стан регіона (no_data,null,full,partial). Для опрацювання запитів, що надходять від мікроконтролера, створено клас TCPServer який запускає tcp сервер [2]. У процесі підключення до сервера відправляються дані щодо стану всіх регіонів [3]. Нижче наведено метод отримання даних про повітряні тривоги (рис. 1), метод конвертації (рис. 2) і запуску сервера (рис. 3).

```
async def get_state(self):
    print("GetState")
    async with aiohttp.ClientSession() as session:
        async with session.get('https://sirens.in.ua/api/v1/') as response:
            if response.status == 200:
                self.prev_state = self.curr_state
                self.curr_state = await response.json()
                if self.prev_state != self.curr_state:
                    self.convertState()
                return True
            else:
                return False
```

Рис. 1. Фрагмент коду отримання даних ІС для моніторингу повітряних тривог

```

def convertState(self):
    temp = []
    regions = ['Vinnytsya',
               'Volyn',
               'Dnipropetrovs\'k',
               'Donets\'k',
               'Zhytomyr',
               'Transcarpathia',
               'Zaporizhzhya',
               'Ivano-Frankivs\'k',
               'Kyiv', 'Kirovohrad',
               'Luhans\'k',
               'L\'viv',
               'Mykolayiv',
               'Odessa',
               'Poltava',
               'Rivne',
               'Sumy',
               'Ternopil\'',
               'Kharkiv',
               'Kherson',
               'Khmel\'nyts\'kyy',
               'Cherkasy',
               'Chernivtsi',
               'Chernihiv',
               'Kyiv',
               'Crimea']

    i = 1
    for region in regions:
        if self.curr_state[region] == "full" or self.curr_state[region] == "partial":
            temp.append(f"s:{i}=1")
        else:
            temp.append(f"s:{i}=0")
        i += 1
    self.converted_state = temp

```

Рис. 2. Фрагмент коду щодо конвертації даних ІС для моніторингу повітряних тривог

```

async def start(self):
    self.server = await asyncio.start_server(
        self.handle_client, self.host, self.port)

    addr = self.server.sockets[0].getsockname()
    print(f'[*] Сервер слухає на {addr}')

```

Рис. 3. Фрагмент коду щодо запуску сервера ІС для моніторингу повітряних тривог

Нижче наводиться фрагмент коду інформаційної програмної системи для моніторингу повітряних тривог [4]:

```

pinMode(D1, OUTPUT_OPEN_DRAIN);
digitalWrite(D1,HIGH);
WiFi.mode(WIFI_STA);
WiFiMulti.addAP("netis_DF1983", "password");
int n = WiFi.scanNetworks();
Serial.println("scan done");
Logi("Scan network done");

```

```

if (n == 0)
{
  Serial.println("no networks found");
  Logi("no networks found");
}
else
{
  for (int i = 0; i < n; ++i)
  {
    Serial.print(i + 1);
    Serial.print(": ");
    Serial.print(WiFi.SSID(i));
    Serial.print(" (");
    Serial.print(WiFi.RSSI(i));
    Serial.print(")");
    Serial.println((WiFi.encryptionType(i) == AUTH_OPEN) ? " " : "*");
    Logi(i+1 + " " + WiFi.SSID(0));
    delay(10);
  }
}

pinMode(D0, OUTPUT);
pinMode(D2, OUTPUT);
pinMode(D3, OUTPUT);
pinMode(D4, OUTPUT);
pinMode(D5, OUTPUT);
pinMode(D6, OUTPUT);
pinMode(D7, OUTPUT);
pinMode(D8, OUTPUT);
digitalWrite(latchPin, HIGH);
digitalWrite(D3, HIGH);

```



```

digitalWrite(D4, HIGH);
digitalWrite(D5, HIGH);
digitalWrite(D6, HIGH);
digitalWrite(D7, HIGH);
digitalWrite(D8, LOW);
HTTP.on("/off", []() { offLight();});
HTTP.on("/on", []() { onLigth(); });
HTTP.on("/reload", []() { ReloadClient(); });
HTTP.on("/loadstate", []() { GetStates(); });
HTTP.on("/get/time",[]() { GetTimes(); });
HTTP.on("/get/log",[]() { GetLog(); });
HTTP.on("/get/debug",[]() { GetDebug(); });
HTTP.on("/update/ontime",[]() { ChangeOnTime(); });
HTTP.on("/update/offtime",[]() { ChangeOffTime(); });
HTTP.on("/update/time",[]() { StartTime(); });
HTTP.on("/restart",[]() { RestartESP(); });
HTTP.on("/clock",[]() { ChangeClock(2); });
HTTP.on("/speed",[]() { SetSpeed();});
HTTP.on("/login", HTTP_POST, Login);
HTTP.on("/", Index);
HTTP.on("/login", HTTP_GET, []() { HTTP.send(200, "text/html",
Readfile("/login.html")); });
HTTP.onNotFound([]()
{
    Serial.println(HTTP.uri());
    Logi("url/" + HTTP.uri());
    String url = HTTP.uri();
    String maket = "/change";
    String num = "";

```

```

if (url.startsWith(maket))
{
    if(Verification(true))
    {
        if (url[url.length() - 2] == 'e')
        {
        }
        else
        {
            num = url[url.length() - 2];
        }
        num = num + url[url.length() - 1];
        Serial.println(num);
        ChangeTrevoga(num);
        String text;
        if (GetTrevoga(num) == 0)
        {
            text = "#e7e7e7";
        }
        else
        {
            text = "#EE4B2B";
        }
        HTTP.send(200, "text/plain", text);
    }
}
else
{
    HTTP.send(404, "text/html", Readfile("/notfound.html"));
} });

```

```

HTTP.collectHeaders("User-Agent", "Cookie");
HTTP.begin();

if (millis() - 0 >= 4500)
{
  if(test)
  {
    activeData[0] = 0;
    activeData[1] = 0;
    activeData[2] = 0;
    activeData[3] = 0;
    UpdateL();
    AddTrevoga("26");
    test = false;
  }
}

if (WiFi.status() != WL_CONNECTED)
{
  ConnectWiFi();
}

if (!client.connected())
{
  Logi("Connecting to Air Raid Alert API... HOST: " + HOST + " PORT:
" + PORT);
  while (!client.connect(HOST, PORT))
  {
    Serial.println(client.status());
    Serial.println(" Failed.");
    Logi("Failed connect HOST: " + HOST + " PORT: " + PORT);
  }
}

```

```

    if (WiFi.status() != WL_CONNECTED)
    {
        ConnectWiFi();
    }
    delay(1000);
}
Serial.println(" Connected!");
Logi("Connected!");
StartTime();
client.write(API_KEY.c_str(), API_KEY.length());
}
String data;
while (client.available() > 0)
{
    data += (char)client.read();
}
if (data.length())
{
    handleData(data);
}
UpdateL();
HTTP.handleClient();
ftpSrv.handleFTP();
Опрацювання http даних від сервера [5]:
String data;
while (client.available() > 0)
{
    data += (char)client.read();
}
if (data.length())

```

```
{
    handleData(data);
}
```

Анотація. У дослідженні розглядаються особливості проектування і розроблення інформаційної програмної системи для моніторингу повітряних тривог, здійснено ґрунтовний аналіз вимог до програмного забезпечення і тестування у контексті використання вільнопоширюваного програмного забезпечення і ІШІ як інструменту для розвитку майбутнього інженера.

Ключові слова: варіативні моделі, комп'ютерне моделювання, нейронні моделі, КОМСДН, моніторинг повітряних тривог, інформаційна система, AI.

Література

1. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers “Clever”. In: , et al. *Innovations in Mechatronics Engineering II. icieng 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. 2022.
2. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: *Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer*. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.
3. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] *Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie*, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznaskiej (WPP), 2019. P. 101-119.
4. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) *Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.
5. Гриб'юк О.О. Комп'ютерне моделювання та робототехніка в навчально-виховному процесі сучасного навчального закладу. / Гриб'юк О.О. // *Сьома міжнародна науково-практична конференція FOSS Lviv-2017: Збірник наукових праць*, 27-30 квітня 2017 року, м. Львів. С. 38-43. ISBN 978-966-2598-86-5.

ПРИКЛАД СКЛАДАННЯ ФАЗОВОЇ ТРАЄКТОРІЇ ЧАСТИННОГО РОЗВ'ЯЗКУ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ 2-ГО ПОРЯДКУ З НЕНУЛЬОВИМИ ПОЧАТКОВИМИ УМОВАМИ

В задачах обробки та аналізу інформації використовуються різні форми представлення даних про структуру досліджуваних процесів. Однією з найбільш поширених форм у завданнях аналізу складних коливальних процесів та дослідженнях різних за своєю фізичною природою динамічних систем є відображення інформації про процеси $y(t)$ на фазовій площині ($y(t)$, $y'(t)$). Поведінка та загальна структура фазових траєкторій відображають спільні зміни у часі значень досліджуваного процесу $y(t)$ та його похідної $y'(t)$. Подібні описи, починаючи з робіт А. Пуанкаре, широко використовуються в якісній теорії диференціальних рівнянь та задачах класичної механіки, у загальній теорії коливальних та інших.

Важливою особливістю більшості подібних досліджень є наочність відображення інформації та ясний фізичний зміст в опису динаміки можливих станів аналізованих процесів та систем.

Приклад 1. Побудувати фазову траєкторію розв'язку задачі Коші

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 5y = 0,$$
$$y(0) = 0, y'(0) = 2.$$

Розв'язок. Знаходимо загальний розв'язок заданого рівняння.

Характеристичне рівняння $p^2 + 2p + 5 = 0$

$$p_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 20}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16} \cdot \sqrt{-1}}{2} = \frac{-2 \pm 4i}{2} = -1 \pm 2i$$

$$p_{1,2} = -1 \pm 2i \Rightarrow \alpha = -1, \beta = 2 \text{ - корені характеристичного рівняння}$$
$$p_{1,2} = \alpha \pm \beta i$$

комплексні.

Загальний розв'язок має вигляд

$$y = e^{-t}(C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t).$$

Знайдемо розв'язок задачі Коші

$$\left. \begin{aligned} y(0) &= 0 \\ y &= e^{-t}(C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 = C_1 \cos 0 + C_2 \sin 0 \Rightarrow 0 = C_1,$$

$$\left. \begin{aligned} y'(0) &= 2 \\ y' &= (e^{-t}C_2 \sin 2t)' = C_2(-e^{-t} \sin 2t + 2e^{-t} \cos 2t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 = C_2 \cdot 2 \cos 0 \Rightarrow 1 = C_2,$$

$$y = e^{-t} \sin 2t, y' = e^{-t}(-\sin 2t + 2 \cos 2t).$$

Розв'язком задачі Коші є частинний розв'язок

$$y = e^{-t} \sin 2t, y' = e^{-t}(-\sin 2t + 2 \cos 2t),$$

оскільки C_1, C_2 приймають з початкових умов значення $C_1 = 0, C_2 = 1$.

Фазовою траєкторією розв'язку задачі Коші є крива на площині (УОУ') з позначенням напрямку руху по цієї траєкторії в кожний момент t . Отже, треба скласти траєкторію руху точки.

В початковий момент $t=0$ точка має координати $(0;2)$ на площині УОУ'. В кожний момент координати точки змінюються. Так, в момент t вона вже має координати

$$y = e^{-t} \sin 2t, y' = e^{-t}(-\sin 2t + 2 \cos 2t).$$

Виникає питання, по якій траєкторії рухається точка зі зміною параметра t . Ця траєкторія називається фазовою траєкторією частинного розв'язку диференціального рівняння.

Зміна параметру t змінює координати точки на фазовій площині (УОУ') (рис.1). Нехай параметр t набуває значень:

$$t = 0; \frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{4\pi}{4}; \dots$$

При таких значеннях параметру t координати точки:

$$t = 0; y = 0; y' = 2; \quad t = \frac{\pi}{4}; y = e^{-\frac{\pi}{4}}; y' = -e^{-\frac{\pi}{4}};$$

$$t = \frac{2\pi}{4}; y = 0; y' = -2e^{-\frac{2\pi}{4}}; \quad t = \frac{3\pi}{4}; y = -e^{-\frac{3\pi}{4}}; y' = e^{-\frac{3\pi}{4}};$$

$$t = \frac{4\pi}{4}; y = 0; y' = 2e^{-\frac{4\pi}{4}}; \quad \dots\dots\dots$$

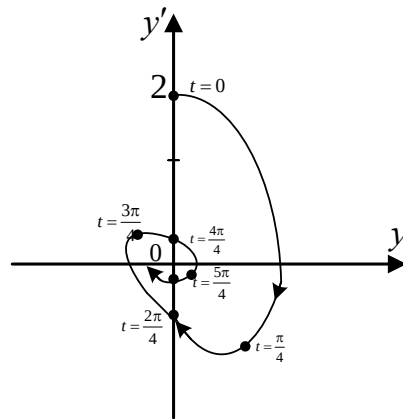


Рис. 1. Фазова траєкторія розв'язку диференціального рівняння з початковими умовами (0,2)

Приклад 2. Побудувати фазову траєкторію розв'язку задачі Коші

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 5y = 0,$$

$$y(0) = 2, y'(0) = 0.$$

Розв'язок. У прикладі 1 знайдено загальний розв'язок заданого рівняння

$$y = e^{-t}(C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t).$$

Початкові умови дозволяються обчислити частинний розв'язок задачі Коші

$$\left. \begin{aligned} y(0) &= 2 \\ y &= e^{-t}(C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 = C_1 \cos 0 + C_2 \sin 0 \Rightarrow 2 = C_1,$$

$$\left. \begin{aligned} y'(0) &= 0 \\ y' &= (e^{-t}(C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t))' = (-e^{-t}(C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t) + e^{-t}(-2C_1 \sin 2t + 2C_2 \cos 2t)) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$0 = -C_1 + 2C_2 \Rightarrow C_2 \cdot 2 = C_1 \Rightarrow 1 = C_2,$$

$$y = e^{-t}(2 \cos 2t + \sin 2t), y' = -5e^{-t} \sin 2t.$$

Розв'язком задачі Коші є частинний розв'язок

$$y = e^{-t}(2 \cos 2t + \sin 2t), y' = -5e^{-t} \sin 2t.,$$

оскільки C_1, C_2 приймають з початкових умов значення $C_1 = 2, C_2 = 1$.

Фазовою траєкторією розв'язку задачі Коші є крива на площині УОУ' з позначенням напрямку руху по цієї траєкторії в кожний момент t . Отже, треба скласти траєкторію руху точки.

В початковий момент $t=0$ точка має координати $(2;0)$ на площині УОУ'. В кожний момент координати точки змінюються. Так, в момент t вона вже має координати

$$y = e^{-t}(2 \cos 2t + \sin 2t), y' = -5e^{-t} \sin 2t..$$

Виникає питання, по якій траєкторії рухається точка зі зміною параметра t .

Зміна параметру t змінює координати точки на фазовій площині (УОУ') (рис.2). Нехай параметр t набуває значень:

$$t = 0; \frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{4\pi}{4}; \dots$$

При таких значеннях параметру t координати точки:

$$t = 0; y = 2; y' = 0; \quad t = \frac{\pi}{4}; y = e^{-\frac{\pi}{4}}; y' = -5e^{-\frac{\pi}{4}};$$

$$t = \frac{2\pi}{4}; y = -2e^{-\frac{\pi}{2}}; y' = 0; \quad t = \frac{3\pi}{4}; y = -e^{-\frac{3\pi}{4}}; y' = 5e^{-\frac{3\pi}{4}};$$

$$t = \frac{4\pi}{4}; y = 2e^{-\pi}; y' = 0; \quad \dots\dots\dots$$

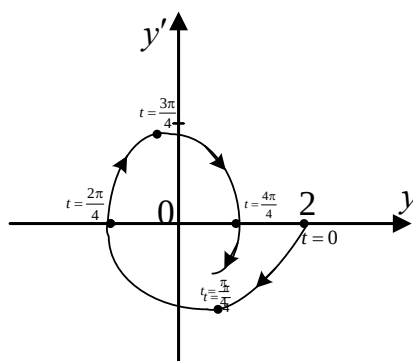


Рис. 2. Фазова траєкторія розв'язку диференціального рівняння з початковими умовами (2,0)

Відповідь. Були розглянуті задачі Коші для одного і того ж диференціального рівняння. Доведено, що зміна початкової умови не змінює поведінку фазової траєкторії задачі Коші. Фазова траєкторія визначається характеристичним рівнянням, яке задає напрям руху точки по цій траєкторії. Таким чином, фазові траєкторії розв'язків заданого диференціального рівняння при $t > 0$ з ростом t прямують до точки $(0, 0)$, незважаючи на початкові умови.

Література

1. Дослідження стійкості розв'язків систем диференціальних рівнянь. Навчально-методичний посібник: [Електронний ресурс]: для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю 111 "Математика" / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: А.Л.Гречко, М.Є.Дудкін. – Електронні текстові дані (1 файл: 345Кбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 25с.

2. Теорія стійкості руху: курс лекцій / С. А. Щоголев. – Одеса : Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, 2017. – 148 с.

УДК 004.942:[3278

Ткач Ю.О. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – доц. Гриб'юк О. О

Міжнародний науково-технічний Університет імені академіка Ю.Бугая

РОЗРОБЛЕННЯ КЛІЄНТ-СЕРВЕРНОЇ СИСТЕМИ ДІАГНОСТУВАННЯ ПАЦІЄНТІВ СТОМАТОЛОГІЧНОЇ КЛІНІКИ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЙ ОБ'ЄКТНО ОРІЄНТОВАНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Розроблення клієнт-серверної системи діагностування пацієнтів стоматологічної клініки з використанням технологій об'єктно орієнтованого

програмування – завдання непросте, яке полягає у коректному та виваженому проектуванні бази даних [1], виокремленні відповідних архітектурних рівнів і модулів.

Мета дослідницької роботи полягає у розробленні промислового застосунку для здійснення діагностування пацієнтів стоматологічної клініки з використанням технологій ООП і ШП, використання якого сприятиме ефективній автоматизації роботи лікарів з медичною документацією.

Для реалізації поставлених завдань обрано мову програмування C++, з її широкими можливостями в області клієнт-серверних застосувань і можливостей для роботи з базами даних, механізми для побудови системи авторизації користувачів, створення відповідного API [2].

У рамках дослідження використовувалися прикладні бібліотеки для роботи з клієнтською частиною додатку для створення графічного інтерфейсу та виконання HTTP-запитів користувачів до відповідного API.

В рамках дослідження окремих модулів клієнт-серверних систем розроблено систему, функціональні можливості якої відповідають вимогам, що описані у технічному завданні. Розглянуто основні принципи побудови та архітектурні рішення із використанням необхідних патернів проектування клієнт-серверних додатків [3]. Створений додаток рекомендується використовувати у медичній галузі, в тому числі в контексті автоматичного діагностування пацієнтів стоматологічної клініки.

***Анотація.** У процесі дослідження ґрунтовно опрацьовано методику проектування діагностичних систем і розроблено клієнт-серверну систему діагностування пацієнтів стоматологічної клініки з використанням технологій об'єктно орієнтованого програмування, відповідного відстеження ефективності і підтримки діагностування пацієнтів, використання якого сприятиме ефективній автоматизації роботи лікарів з медичною документацією.*

***Ключові слова:** клієнт-серверна система, дослідницьке навчання, варіативні моделі, об'єктно орієнтоване програмування, AI, діагностування пацієнтів, КОМСДН, ООП.*

Література

1. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) *Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.
2. Hrybiuk Olena. Engineering in Educational Institutions: Standards for Arduino Robots as an Opportunity to Occupy an Important Niche in Educational Robotics in the Context of Manufacturing 4.0, in: *Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer*. Volume 27-32, 2020. P. 770-785.
3. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] *Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie*, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej (WPP), 2019. P. 101-119.

УДК 004.942:[3271

Яцун В.В. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – доц. Гриб'юк О. О

Міжнародний науково-технічний Університет імені академіка Ю.Бугая

РОЗРОБЛЕННЯ ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ "ЕЛЕКТРОМОБІЛЬ" ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЙ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Упродовж останніх десятиліть стрімко розвивається електромобільна індустрія, відкриваючи нові можливості в контексті зменшення негативного впливу на довкілля. Розвиток цієї галузі вимагає розробки інтелектуальних систем, які забезпечать оптимальну ефективність та комфорт використання електромобілів.

Мета дослідження полягає у накопиченні, аналізі і визначенні високорівневих потреб і можливостей програмної системи «Електромобіль» із використанням технологій штучного інтелекту, формуванні вимог до власної розробленої системи та реалізації власної інновації.

Однією з ключових задач стало визначення оптимального способу інтеграції технології штучного інтелекту в систему керування електромобілем. Розглядалися різні підходи, включаючи навчання з підкріпленням, нейронні мережі для аналізу великих обсягів даних [1]:

Автономне водіння: ШІ може керувати електромобілем без втручання людини.

Оптимізація маршруту: ШІ може розрахувати найефективніший маршрут з урахуванням дорожніх умов, трафіку та доступності зарядних станцій.

Прогнозування заряду акумулятора: ШІ може прогнозувати залишок заряду акумулятора та рекомендувати оптимальні місця для зарядки.

Персоналізація: ШІ може адаптувати інтерфейс користувача та налаштування електромобіля під особисті уподобання водія. Система розробляється для управління електромобілем з використанням технологій штучного інтелекту (ШІ) [2]. Вона включає в себе програмне забезпечення для автоматизації керування рухом, оптимізації енергоспоживання та покращення безпеки користування електромобілем.

Модуль керування електромобілем: здійснення контролю за параметрами роботи електромобіля (заряд батареї, пробіг, швидкість, температура); управління режимами роботи електромобіля (економний, спортивний, комфортний); планування маршрути подорожей з урахуванням розташування зарядних станцій [3].

Модуль взаємодії з інфраструктурою: знаходження та бронювання зарядних станцій; здійснення оплати за зарядку електромобіля; отримання інформації про доступні парковки для електромобілів.

Модуль аналізу даних: накопичення та аналіз даних про експлуатацію електромобіля; надання рекомендацій щодо покращення економії заряду батареї та стилю водіння; прогнозування потреб в технічному обслуговуванні електромобіля.

Модуль керування електромобілем: користувач вводить команди керування (наприклад, зміна швидкості, активація режиму економії заряду). Система обробляє команди користувача та передає їх відповідним

компонентам електромобіля [4]. Система отримує дані про виконання команд та оновлює інтерфейс користувача.

Модуль взаємодії з інфраструктурою: користувач шукає зарядні станції або бронює місце на зарядній станції. Система шукає доступні зарядні станції, бронює місце, здійснює оплату за зарядку. Система надає користувачу інформацію про зарядні станції, підтверджує бронювання, списує кошти за зарядку.

Процес створення та підтримки програм для керування електромобілем, які включають в себе системи автоматизації, оптимізації енергоспоживання та взаємодії з іншими системами. Процеси пов'язані з користуванням електромобіля, включаючи зарядку, технічне обслуговування, діагностику та вирішення можливих проблем [5]. Технології ШІ використовуються для покращення ефективності заряджання та виявлення несправностей.

Процеси, пов'язані з наданням додаткових сервісів, таких як системи автопілота, інтелектуальне управління електромобілем, взаємодія з іншими транспортними системами [6]. Технології ШІ використовуються для персоналізації та оптимізації взаємодії з користувачем.

Процес відстеження та аналізу роботи електромобіля, зокрема, ефективності енергоспоживання, стану батареї, рухових характеристик [7]. Технології ШІ використовуються для розуміння та прогнозування патернів роботи.

Процес надання нових функцій, покращень та виправлень у програмному забезпеченні електромобіля через системи оновлень, використовуючи технології ШІ для автоматизації та безпечного впровадження.

Анотація. У дослідницькій роботі здійснено ґрунтовний аналіз створених програмних систем щодо керування електромобілями з використанням технологій штучного інтелекту. Мета дослідження полягає у накопиченні, аналізі і визначенні високорівневих потреб і можливостей програмної системи «Електромобіль» із використанням технологій

штучного інтелекту, формуванні вимог до власної розробленої системи та реалізації власної інновації.

Ключові слова: електромобіль, штучний інтелект, дослідницьке навчання, варіативні моделі, комп'ютерне моделювання, нейронні моделі, AI, КОМСДН.

Література

1. Гриб'юк О.О. Комп'ютерне моделювання та робототехніка в навчально-виховному процесі сучасного навчального закладу. / Гриб'юк О.О. // *Сьома міжнародна науково-практична конференція FOSS Lviv-2017: Збірник наукових праць*, 27-30 квітня 2017 року, м. Львів. С. 38-43. ISBN 978-966-2598-86-5
2. Hrybiuk O. Problems of expert evaluation in terms of the use of variative models of a computer-oriented learning environment of mathematical and natural science disciplines in schools, [w:] *Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie*, Zeszyt Nr 79, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznaskiej (WPP), 2019. P. 101-119.
3. Гриб'юк О.О. *Дослідницьке навчання учнів предметів природничо-математичного циклу з використанням комп'ютерно орієнтованих методичних систем* / О. О. Гриб'юк. Монографія. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2019.
4. Hrybiuk O. Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In: Machado J., Soares F. (eds) *Innovations in Mechatronics Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2022. P. 55-68. Springer, Cham Online.
5. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. In: Hamrol A., Kujawińska A., Barraza M. (eds) *Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2019. P. 370-382. Springer, Cham Online.
6. Гриб'юк О.О. Рівнева модель дослідницького навчання учнів математики з використанням комп'ютерно орієнтованої методичної системи. *Інформаційні технології і засоби навчання*, 2020. Том 77. № 3. 39-65.
7. Hrybiuk O., Vedishcheva O. Experimental Teaching of Robotics in the Context of Manufacturing 4.0: Effective Use of Modules of the Model Program of Environmental Research Teaching in the Working Process of the Centers "Clever". In: , et al. *Innovations in Mechatronics Engineering II. icieng 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. 2022.

МАТЕМАТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ І МОЛОДИХ УЧЕНИХ ЯК ПІДГРУНТЯ ТЕХНІЧНОГО ТА ЕКОНОМІЧНОГО ВІДНОВЛЕННЯ УКРАЇНИ

**Матеріали Всеукраїнської науково-практичної
конференції здобувачів вищої освіти і молодих вчених**

05 квітня 2024 року

Відповідальний за випуск *Ємельянова Т.В.*

В авторській редакції

Комп'ютерна верстка *Купіної Н.А.*

ВИДАВНИЦТВО

Харківського національного автомобільно-дорожнього університету

Видавництво ХНАДУ, 61200, Харків-МСП, вул. Ярослава Мудрого, 25.

Тел. /факс: (057)700-38-72; 707-37-03, e-mail: rio@khadi.kharkov.ua

*Свідоцтво Державного комітету інформаційної політики, телебачення
та радіомовлення України про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів
видавничої продукції, серія № ДК №897 від 17.04 2002 р.*