

**Завдання дистанційного туру
Всеукраїнської олімпіади ХНАДУ 2019 р.**

1. Знайти область визначення функції:

106
$$y = \sqrt{\frac{x-1}{3-x}} + \arccos \frac{x-2}{5}$$

2. Обчислити:

106 а) $\sin 70^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 10^\circ$

106 б)
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+3^2+3^3+\dots+3^{n-1}}{9^n-1}$$

3. Розв'язати рівняння:

106 $12C_x^1 + C_{x+4}^2 = 162$, x – натуральне число.

4. Знайти дійсні корені рівняння:

106
$$\frac{x^2+2x+7}{x^2+2x+3} = x^2 + 2x + 4$$

5. Розв'язати систему рівнянь:

106
$$\begin{cases} \sin x \cdot \cos y = -\frac{1}{2} \\ \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} y = 1 \end{cases}$$

6. Розв'язати нерівність:

106 $\log_{2x-1}(x^2 + 4x + 1) > 2$

106 7. Між числом 3 і невідомим числом вставлено ще одне число так, що всі три числа утворюють арифметичну прогресію. Якщо середній член цієї прогресії зменшити на 6, то отримаємо геометричну прогресію. Знайти невідоме число.

8. При яких значеннях параметра p нерівність

106
$$(p-3)x^2 - 2px + 3p - 6 > 0$$

виконується при всіх дійсних значеннях x ?

9. Відстань між містами A і B дорівнює 100 км. З міста A в місто B відправляються одночасно два автомобілі. Перший має швидкість на 10 км/год більшу, ніж другий. На шляху перший автомобіль робить зупинку на 50 хвилин. В яких межах може змінюватися швидкість першого автомобіля за умови, що він прибуває до міста B не пізніше другого автомобіля?